

DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2026-3-6-40>

УДК 551.509.5: 551.509.324.2+551.509.313+551.508.85

Диагностическая объектно-ориентированная верификация сверхкраткосрочных численных прогнозов осадков.

Часть 1: методология и расчетные алгоритмы с приложением к размеру объектов

***А.В. Муравьев, Д.Б. Киктев, А.Ю. Бундель,
А.В. Смирнов, Д.В. Блинов***

*Гидрометеорологический научно-исследовательский центр
Российской Федерации, г. Москва, Россия
muravev2003@mail.ru*

Описываются методы объектно-ориентированной верификации, использованные для оценки сверхкраткосрочных мезомасштабных прогнозов полей осадков на основе модели Гидрометцентра России COSMO-Ru2Bu в период май-сентябрь 2025 г. на Европейской территории России. В качестве контрольных полей используются первые композиты системы наукастинга осадков ruSTEPS, построенные по данным сети ДМРЛ-С на той же территории. Упоминаются ранее полученные точечные и пространственные оценки качества прогнозов в сравнении с данными метеостанций.

Приводятся принятые в верификации определения "объекта", "атрибутов первой категории", "атрибутов второй категории" и их примеры. Обсуждаются расчетные алгоритмы использованных математических пакетов. Дается описание важных статистических особенностей порядковых величин и выборочных квантилей, включая их асимптотические свойства, и приводится пример приложения теории к важнейшему атрибуту объекта – размеру.

Диагностическая верификация прогнозов объектов для определенной заблаговременности состоит из двух этапов. На первом этапе перекрестно сопоставляются индивидуальные атрибуты *всех* объектов в парах синхронизированных полей "прогноз - наблюдение" и строится *полная* матрица значений соответствующей метрики качества. На втором этапе, вместо сложной процедуры "спаривания" объектов, производятся следующие операции. А именно, из каждой полной матрицы выделяется "лучшие из имеющихся" значения в количестве, равном наименьшему количеству объектов в каком-либо из синхронизированных полей, и эти значения, собранные по всему периоду эксперимента, представляются в виде децилей распределения. Объектно-ориентированная диагностика модели и, в частности, ее системы усвоения радиолокационной информации заключается в интерпретации таблиц этих квантилей по всем срокам заблаговременности.

Ключевые слова: объектно-ориентированная верификация, порядковые величины и выборочные квантили, диагностика прогностической системы

Diagnostic object-oriented verification of very short-range mesoscale precipitation forecasts. Part 1: Methodology and computational algorithms with application to object size

**A.V. Muravev, D.B. Kiktev, A.Yu. Bundel,
A.V. Smirnov, D.V. Blinov**

*Hydrometeorological Research Center of Russian Federation, Moscow, Russia
muravev2003@mail.ru*

The paper describes object-oriented verification methods used to evaluate very short-range mesoscale precipitation field forecasts generated by the COSMO-Ru2By model (Hydrometeorological Research Centre of the Russian Federation) over European Russia for the period of May–September 2025. The reference fields consist of initial composites from the pySTEPS precipitation nowcasting system derived from data provided by the DMRL-C radar network in the same region. Reference is also made to previously obtained point-based and spatial forecast skill scores based on comparisons with weather station data.

Definitions of “object”, “attributes of the first category”, “attributes of the second category” and their examples are given. The calculation algorithms of the used mathematical packages are discussed. A description of important statistical features of order values and sample quantiles is provided, including their asymptotic properties, and the application of the theory to the most important attribute of an object, namely its size, is explored.

Diagnostic verification of object forecasts for a certain lead time consists of two stages. At the first stage, the individual attributes of all objects in “forecast – observation” pairs of synchronized fields are cross-compared, and a complete matrix of values of the corresponding quality metric is constructed. At the second stage, instead of a complex procedure for “pairing” objects, the following operations are performed. Namely, from each complete matrix, “the best available” values are extracted in an amount equal to the smallest number of objects in any of the synchronized fields, and these values collected over the entire period of the experiment are presented as deciles of the distribution. Object-oriented diagnostics of the model and, in particular, its radar information assimilation system presupposes interpreting the tables of these quantiles for all lead times.

Keywords: object-oriented verification, order values and sample quantiles, diagnostics of a forecast system

Введение

В настоящее время наукастинг осадков по Европейской территории России производится в Гидрометцентре России с помощью системы ансамблевого статистического прогноза pySTEPS [46]. Прогнозы интенсивности осадков на 3 часа с 10-минутной дискретностью внутри периода прогноза составляются в форме *композитов* круговых зон обзора сети ДМРЛ-С с обновлением каждые 10 минут. Параллельно для той же территории, в той же дискретности внутри прогностического периода, но со стартами через каждые три часа (начиная с 00:00 ВСВ), выпускаются прогнозы осадков моделью COSMO-Ru2By, оснащенной системой усвоения радиолокационных оценок осадков.

В течение теплого периода 2025 г. (май–сентябрь) был собран архив результатов численного прогнозирования осадков и радиолокационных

композитных полей системы наукастинга. Ранее в [15] было показано, насколько усвоение радиолокационных сумм осадков по оценке как стандартными точечными статистиками с обобщением по областям [14], так и более современными пространственными критериями типа FSS ("оценка по пространственным долям") [47]. Полезное свойство критерия FSS заключается в его связи с квадратичными метриками, с одной стороны, и с частотным (вероятностным) представлением явления внутри пространственных областей – с другой. Анализ зависимости значения этого критерия от пространственного масштаба дает информацию о способности модели поставлять полезный прогноз в определенных масштабах. Однако данный показатель не учитывает наличие областей сплошных осадков ("объектов") и географическое расположение очагов интенсивности. Решить указанную проблему позволяет объектно-ориентированный метод из арсенала "методов пространственной верификации", описанных в зарубежных статьях и монографиях [29, 31, 49], отечественных публикациях [4, 7] и в документации к соответствующим расчетным пакетам, среди которых наиболее популярны системы MET, MODE и SpatialVx [20, 21, 39, 48, 50].

Методы и математические пакеты "объектно-ориентированной" верификации осадков применялись нами начиная с 2017 г. [12], однако специфика настоящей работы состоит в исключении непростой процедуры "спаривания" объектов и в переходе к оценкам качества на основе *полной матрицы* сходства и различия между всеми объектами в каждой паре синхронизированных полей. Оценки обобщаются по интервалу испытаний и по количеству выделенных объектов с помощью *квантилей распределения* по парам синхронизированных полей и по наборам пар объектов.

В данной части статьи большое внимание уделено методам формирования выборок пар синхронизированных полей при условиях на размеры объектов. Рассматриваются три типа выборок – *исходные*, *промежуточные* и *узкие* – и оцениваются их объемы для возможного использования асимптотических распределений выборочных квантилей. Детально рассматривается важнейший атрибут объекта – размер, равный количеству внутренних ячеек с соответствующими значениями интенсивности осадков. Остальные характеристики атрибутов обеих категорий отложены во вторую часть статьи, в которой анализируются графические и табличные результаты проведенных расчетов и формулируются общие и частные выводы диагностической верификации.

Поясним использование термина "диагностика", означающего в широком смысле анализ модели по ее выходной продукции для определения соответствия реальным процессам и выявления проблем в функционировании. В зарубежной литературе выделяются три основных цели верификации прогнозов – административная, научная и экономическая. В соответствии с этим процедура расчетов показателей качества и их интерпретация могут быть конкретизированы как (1) *мониторинг* качества прогнозов и

сравнение прогностических систем, (2) *диагностирование* факторов, влияющих на эффективность прогностических систем, и информирование о полученных результатах, (3) *демонстрация* экономической ценности прогнозов для пользователей [29, ch 1]. Термины "диагностика" и "диагностическая верификация" были предложены ранее в [44, 45] для оценок качества "на основе распределений" в противовес традиционным методам "на основе метрик". В частности, в [44] уточняется, что "диагностический подход на основе распределений фокусируется на фундаментальных характеристиках прогнозов, соответствующих наблюдений и на их взаимосвязи". Это уточнение отражено в названии пакета MODE (Method for Object-based Diagnostic Evaluation) [20, 27]. Очевидно, полученные нами объектно-ориентированные оценки прогнозов являются одновременно диагностикой системы усвоения радиолокационной информации в модели COSMO-Ru2By в этом понимании термина.

1. Исходные данные, унификация форматов и синхронизация полей

Радиолокационный композит представляет собой матрицу размером 2151×1951 , географически размещенную в повернутой эквидистантной расчетной сетке с шагом ячейки 1 км. Расчетная сетка соответствует повернутой сетке координат оперативной модели COSMO-Ru2By. На рис. 1 демонстрируется схематическое расположение кругов обзора в композитном поле. Существенно важно для верификации, что значительная область занята константами отсутствия, отмеченными серым цветом, и общая конфигурация числовой области композита непостоянна (рис. 1а).

Прогностические поля осадков модели COSMO-Ru2By представлены матрицей размером 1400×1200 , которая соответствует эквидистантной расчетной сетке в повернутых координатах с шагом 2.2 км (рис. 1б). Поля осадков аккумулятивные, накапливающиеся на протяжении всего прогностического интервала. Временная дискретность 10 минут при восьми начальных сроках (00, 03, ..., 21 ч); в проведенных экспериментах использованы прогнозы только в интервале между начальными сроками.

Поля обоих источников преобразуются в единый формат со следующими параметрами: расчетная матрица данных имеет размер 904×845 , шаг сетки равен 2.2 км. Прогностические поля "разливаются" по 10-минутным интервалам в единицах интенсивности (мм/ч), т. е. берутся последовательные разности с умножением на 6. Для учета переменной границы числовой области радиолокационного композита каждое синхронизированное с композитом прогностическое поле модели проектируется на область обзора сети ДМРЛ-С заполнением соответствующих ячеек константами отсутствия. Операция проектирования может как уменьшать, так и полностью устранять те объекты синхронизированного прогностического поля, которые оказываются либо частично, либо полностью вне зоны радиолокационного покрытия.

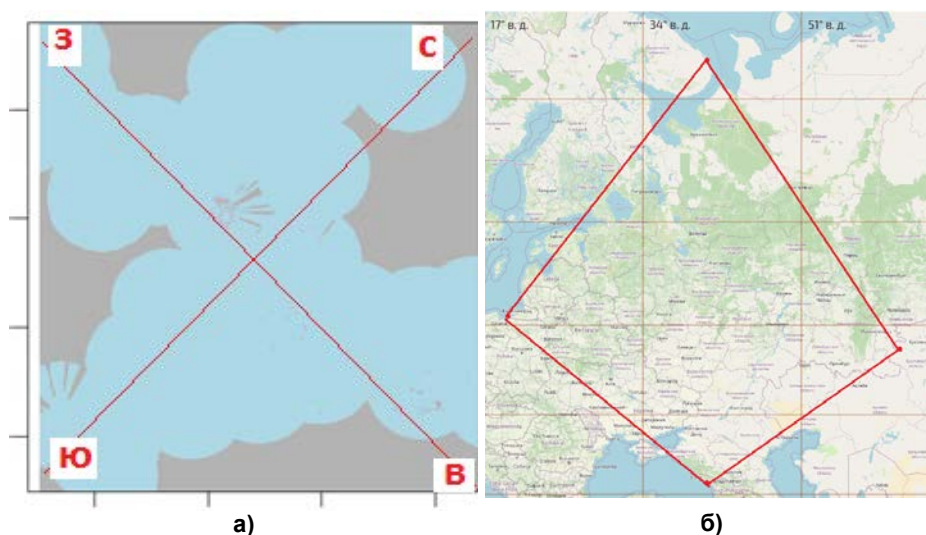


Рис. 1. Круги обзора локаторов сети ДМРЛ-С Росгидромета с радиусом 250 км: выделена область покрытия радиолокационными наблюдениями 1 мая 2025 г. в 11:40 UTC. Лучи в центре – теневые зоны от местников вокруг локатора Внуково. Указаны ориентировочные направления на стороны света соответствующей матрицы данных (а). Расчетная сетка приблизительно соответствует повернутой сетке координат модели COSMO-Ru2By внутри сферического ромба (б); ось X направлена вправо и вниз, ось Y – влево и вниз по сторонам ромба.

Fig. 1. Circular coverage ranges (250 km radius) of the Roshydromet DMRL-C radar network; the area covered by radar observations on May 1, 2025, at 11:40 UTC is highlighted. The rays at the center represent shadow zones caused by local obstacles around the Vnukovo radar. Approximate cardinal directions corresponding to the data matrix are indicated (a). The computational grid roughly corresponds to the rotated coordinate grid of the COSMO-Ru2By model within a spherical rhombus (b); the X-axis points down and to the right, and the Y-axis points down and to the left, along the sides of the rhombus.

Основная особенность полей осадков заключается в обилии нулевых, чрезмерно малых, а также в небольшой доле больших значений интенсивности. Но практически в каждом поле теплого периода года встречаются значения не менее 1 мм/ч. Предварительный анализ показал, что для представления полей осадков разумно использовать квантили уровней выше 80 %, включая последние полпроцента. Порядки 0 и 100 %, формально не входящие в состав квантилей, соответствуют минимальной (всегда 0 мм/ч) и максимальной интенсивности (в композитах – иногда нереальные выбросы). При этом информативными характеристиками полей осадков являются количества точек (ячеек) отдельного поля с константами отсутствия, нулями и значениями интенсивности осадков более 0,01 мм/ч. Константы отсутствия в изобилии населяют радиолокационные композиты, но не предусмотрены в полях численного прогноза. Порог интенсивности 0.01 мм/ч имеет порядок предела погрешности в радиолокации, поэтому

иногда ячейки с меньшей интенсивностью заполняются нулями для удобства расчетов. Доля отсутствующих значений составляет около 20–30 % от общего количества ячеек. Области с "осадками" интенсивности более 0,01 мм/ч занимают иногда десятки тысяч ячеек вплоть до 50 тыс., что эквивалентно квадрату со стороной ~500 км.

Для устранения редких нереальных единичных выбросов в радиолокационных композитах и отчасти наведенных этими выбросами "подозрительных" максимумов в прогностических полях все значения, превышающие интенсивность 100 мм/ч, приравниваются нулю. Эта процедура не влияет на результаты в первую очередь благодаря предварительному пространственному сглаживанию исходных полей и композитов.

2. Сопоставление со стандартной верификацией прогнозов полей осадков

Для сопоставления оценок качества участники Консорциума COSMO используют стандартно небольшое количество показателей, среди которых наиболее употребительны диаграммы в координатах POD, 1-FAR (Success ratio) и критерий FSS [29, 49]. При этом осадки берутся, как правило, в накопленных суммах от одного часа до суток, что обобщает и делает статистически более корректными выводы о достигнутом качестве, но одновременно подавляет важную внутрис часовую информацию, поступающую в 10-минутных циклах с сети радиолокаторов и в той же дискретности присутствующую в прогнозах модели COSMO-Ru2By.

В представленной статье при пространственной верификации прогнозов сохраняется 10-минутная дискретность оперативного наукастинга, однако для статистической устойчивости выводов рассматриваются области сплошных осадков, размеры которых ограничены снизу порогом в 625 ячеек. В [15] пространственная верификация проведена с помощью упомянутых выше показателей в приложении к точкам расчетных сеток и к местам расположения метеостанций, попадающих в круги с радиусами 30 и 50 км. Если не учитывать геометрическую форму выделяемых объектов, имеющих в реальности иногда самый причудливый вид, то можно полагать сопоставимыми площади круга радиуса 30 км (с площадью πR^2) и квадрата со стороной 60 км, который имеет площадь $(2R)^2$ и содержит в сетке с шагом 2.2 км около 27×27 узлов, что вполне сравнимо с квадратом в 625 ячеек ($=25 \times 25$ узлов).

3. Асимптотика порядковых величин и выборочных квантилей

Как известно, анализ выборок большого объема можно провести с помощью асимптотических распределений порядковых статистик. В этой связи перечислим результаты классической теории в приложении к выборочным квантилям. Распределение g -й порядковой статистики $X_{(g)}$, или в более точной записи $X_{g:n}$, полученной из n независимых случайных величин $X_1, \dots, X_n$, распределенных по закону $F(x) = P(X \leq x)$, является

бета-распределением и вычисляется по формуле расчета вероятностей в схеме Бернулли

$$F_{(r)}(x) = \mathbf{P}(X_{(r)} \leq x) = \sum_{i=r}^n C_n^i F^i(x) [1 - F(x)]^{n-i}. \quad (1)$$

Существование асимптотических пределов доказывается обычно для случайной величины $a_n X + b_n$, преобразованной последовательностью чисел $a_n > 0$, b_n , называемых *масштабом* и *положением* соответственно, и при выполнении некоторых условий на $F(x)$ и на плотность распределения $f(x)$.

По определению, отношение g/n является оценкой количества порядковых величин, расположенных левее $X_{g:n}$; если фиксируется вероятность $0 < p < 1$, то номер порядковой величины определяется по формуле $g = [np] + 1$, где квадратные скобки указывают ближайшее, не большее целое число: комбинация порядковых величин и фиксированной вероятности означает переход к квантильному анализу выборки.

Для простоты будем предполагать, что в p -м квантиле $\xi_p = F^{-1}(p)$ теоретическая функция распределения $F(x)$ дважды дифференцируема и ограничена, а плотность распределения $f(\xi_p)$ заключена в строгом интервале $(0, \infty)$. Эмпирическая функция распределения $F_n(\xi_p)$ оценивает долю случайных величин $X_1, \dots, X_n$, не превышающих квантиль ξ_p . Дальнейший ход рассуждений заключается в представлении случайной величины в таком виде, который позволяет оценить математическое ожидание и скорость сходимости исследуемой величины к пределу:

$$X_{g:n} = \xi_p + [F_n(\xi_p) - p] / f(\xi_p) + R_n. \quad (2)$$

Обстоятельно исследованный в последние десятилетия остаток R_n характеризует точность приближения и скорость сходимости $g/n \rightarrow p$ при $n \rightarrow \infty$. Три условия приводят к фундаментально различным результатам [26]:

- (а) $0 < p < 1$, *центральный*, или собственно *квантильный* случай;
- (б) g или $n - g = \text{const}$, *экстремальный* случай;
- (в) $p = 0$ или 1 , а g или $n - g$ являются функциями n , *промежуточный* случай.

Рассмотрим их последовательно с разной детальностью.

В случае *центральных квантилей* с ростом n растет и номер g , сохраняя близость отношения g/n к p . Доказано, что сформулированных выше условий достаточно для асимптотической нормальности случайной величины $X_{g:n}$ и для предела по вероятности $n^{1/2} R_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ [8]. Изложим основной результат, который приложим к децилям для атрибутов объектов в нашей статье (часть 2). В середине прошлого века Мостеллер (цит. по [26]) установил асимптотическое совместное распределение набора квантилей для вероятностей $0 < p_1 < \dots < p_k < 1$. Номера квантилей определяются формулой $g_j = [np_j] + 1$; $j = 1, \dots, k$. Здесь достаточны два условия сходимости для k квантилей $X_{g_j:n}$ к теоретическим квантилям ξ_{p_j} при $n \rightarrow \infty$:

$$r_i/n - p_i = o(n^{-1/2}) \text{ и } 0 < f(\xi_{p_i}) < \infty, \quad (3)$$

где "о малое" означает сходимость по вероятности к нулю отношения $o(u)/u$. При этих условиях асимптотическое совместное распределение вектора

$$n^{1/2} \cdot (X_{r_1:n} - \xi_{p_1}), \dots, n^{1/2} \cdot (X_{r_k:n} - \xi_{p_k}) \quad (4)$$

является k -мерным нормальным распределением с нулевым вектором средних и матрицей ковариаций $[p_i(1-p_i)/f(\xi_{p_i})f(\xi_{p_j})]$ (для всех пар $i < j$). Появление ковариаций между квантилями исходно независимых случайных величин объясняется упорядочиванием этих величин.

В случае *экстремумов* номер порядковой величины r либо фиксируется ($r = \text{const}$) и не меняется, либо увеличивается вместе с n , сохраняя дистанцию ($n - r = \text{const}$). При $r = 1$ и $r = n$ приходим к классическим результатам теории экстремальных величин (список пособий и монографий с приложениями в гидрометеорологии имеется в [10]). Существуют разные варианты записей трех типов предельных распределений, включая обобщение в одной формуле, но наиболее часто упоминаются однопараметрические распределения Фреше (G_1) и Вейбулла (G_2) с параметром "экстремальности" α и распределение Гумбеля (G_3):

$$G_1(x; \alpha) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \alpha > 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}), & x > 0 \end{cases}, \quad (5)$$

$$G_2(x; \alpha) = \begin{cases} \exp[-(-x)^\alpha], & x \leq 0, \alpha > 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}, \quad (6)$$

$$G_3(x; \alpha) = \exp(-e^{-x}), \quad -\infty < x < \infty. \quad (7)$$

Для остальных случаев ($r > 1$ и $r < n$) в первой половине прошлого века были рассчитаны основные характеристики распределений членов вариационного ряда и описаны необходимые и достаточные условия для сходимости этих распределений к асимптотическим пределам [17]. Три типа предельных законов (законов притяжения G_1 , G_2 и G_3) распространяются на распределения k -х экстремумов $X_{k:n}$ и $X_{n-k+1:n}$, в результате чего полученные распределения охватывают квантили и под номерами 1 и n . Рассмотрим максимальную величину под номером $n-k+1$, которая важна и для наших данных, ограниченных чаще всего снизу. Три искомые предельные распределения величины $X_{n-k+1:n}$ при $n \rightarrow \infty$ объединяются в неполной гамма-функции:

$$G_i^{(k)} = \frac{1}{(k-1)!} \int_{\lambda_i(x)}^{\infty} e^{-t} t^{k-1} dt = G_i(x) \sum_{j=0}^{k-1} \frac{[\lambda_i(x)]^j}{j!}, \quad (8)$$

$$\lambda_i(x) = -\log G_i(x), \quad i = 1, 2, 3.$$

В случае *промежуточных квантилей* возможны самые разнообразные варианты (см., например, [26]). Приведем лишь результат работы [18], в

которой рассматриваются условия $g \rightarrow \infty$ и $g/p \rightarrow 0$ (или $p - g \rightarrow \infty$ и $g/p \rightarrow 1$), необходимые и достаточные для сходимости стандартизованной величины $X_{n-g+1:n}$. Как оказалось, предельными законами являются либо нормальное, либо логнормальное распределение.

4. Объектно-ориентированная верификация: математические пакеты и расчетные алгоритмы

Объектно-ориентированные оценки прогностических моделей являются составной частью пространственной верификации, бурное развитие которой началось в последнем десятилетии прошлого века с появлением моделей ЧПП высокого пространственного разрешения и продолжается до настоящего времени (ссылки на важные и часто цитируемые источники можно найти, например, в [4, 7]).

В Гидрометцентре России различные методы и математические пакеты пространственной верификации применялись в приложениях к мезомасштабным прогнозам полей осадков на Олимпиаде Сочи-2014 [43], при выполнении проектов COSMO [19, 23–25], при развитии системы наукастинга осадков [9, 11, 12]. При подготовке данной статьи были использованы методологические идеи и расчетные функции систем верификации MODE, MET, METplus (комбинация двух предыдущих) и SpatialVx [20, 30, 39–41]. На момент написания статьи последние версии MET (v12.2.1) и METplus (v6.2.1) вышли в феврале 2026 года [33, 48]. Для расчетов в нашей работе использован более компактный математический пакет SpatialVx, созданный первоначально для тестирования алгоритмов MODE [30], но ставший независимой и вполне конкурентоспособной "библиотекой" языка R [39]. Последнее обновление пакета SpatialVx относится к маю 2026 года.

4.1. Идентификация и атрибуты пространственных объектов

Воспользуемся простейшим определением объекта как "области поля, представляющей интерес" [21]. Под "областью поля" в заданной сетке понимается, как правило, набор смежных ячеек сетки, заполненных осадками выше некоторой пороговой интенсивности. С геометрической точки зрения, объект можно определить как односвязную конечную область с границей. В реальном поле осадков сложными элементами выделенного объекта являются и внутреннее распределение осадков (как правило, с "дырками"), и его граница, для описания которой иногда прибегают к понятиям фрактала и Канторова множества. Переход от исходного (реалистичного) поля осадков к набору "объектов" оказывается непростым из-за методологических и алгоритмических трудностей при определении объекта и его параметров (атрибутов), при выборе способов объединения (слияния) с другими объектами. Нетривиальной является задача сопоставления (спаривания) объектов для оценки качества прогнозирования и отслеживания пар объектов во времени и пространстве.

Опишем использованные нами преобразования и расчетные процедуры, добавляя англоязычную терминологию и ссылаясь на доступные источники.

4.2. Преобразование поля в набор объектов

Преобразование исходных сеточных полей в нумерованный набор объектов производится в четыре этапа [21]: (1) свертка (convolution), (2) построение маски сглаженного поля из нулей и единиц с помощью порога интенсивности (thresholding), (3) выделение связных областей с единичными ячейками и их нумерация (splitting), (4) восстановление данных в ячейках выделенных объектов (restoring). На выходе последовательно имеем: (1) сглаженное исходное поле (convolved field), (2) маску сглаженного поля (field mask), (3) нумерованные наборы связных ячеек с единицами (object numbers), (4) простые объекты (simple objects).

После выделения и нумерования простых объектов имеются опции преобразования границ, например, вписыванием объектов в минимальный выпуклый полигон (convex hull, аналог "обертывания резиновой нитью"). Алгоритм спаривания и слияния простых объектов (matching and merging) производится на основе рассчитанных значений пространственных атрибутов объектов.

4.3. Атрибуты объектов

Атрибуты объектов делятся на две категории. К первой категории относятся "индивидуальные" атрибуты, определенные на единственном объекте. Сюда входят разнообразные геометрические и физические характеристики объекта: площадь, координаты центроида, угол наклона главной оси, длина и ширина, кривизна и центр кривизны границы, сложность границы относительно выпуклой оболочки, процентиля интенсивности и т. д.

Ко второй категории относятся характеристики, заданные на наборах объектов (в количестве более одного), при этом объекты могут выбираться как из одного поля, так и из нескольких полей. В случае одного поля речь идет о группировании (кластеризации) объектов по какому-либо количественному признаку, например по геометрической близости. Для оценки качества прогнозов объекты группируются по отдельности в поле прогноза и в поле наблюдения, а сопоставляются (спариваются) уже группированные (кластерные) объекты. Многие атрибуты пар объектов вычисляются с помощью арифметических разностей и отношений атрибутов отдельных объектов. В списке атрибутов второй категории пакетов MET и SpatialVx находятся (1) площади элементарных теоретико-множественных объектов, полученных в результате простейших операций над парами объектов (например, объединения, пересечения, симметрической разности), (2) разнообразные меры расстояния (между центроидами, между выпуклыми оболочками, между границами), (3) отношения (площадей, сложностей, интенсивностей) [40].

Атрибуты *отдельных объектов* интересны сами по себе для характеристики метеорологических явлений и для сравнений прогнозов с наблюдениями на длительных интервалах времени, сравнимых с сезоном и более. Атрибуты *наборов объектов* используются для спаривания прогнозируемых и наблюдаемых объектов друг с другом, а также для слияния объектов внутри синхронизированных полей.

Еще раз уточним: слияние (merging) подразумевает связывание объектов в одном и том же поле, а спаривание (matching) – это связывание объектов в разных полях. Эти два процесса взаимосвязаны и могут производиться поочередно с учетом результатов на предыдущем шаге. Поясним примером. При первом проходе цепочки "поле → объекты" формируется набор "простых объектов". Предположим, простые объекты синхронизированных пар в полях прогноз-наблюдение "спариваются" по **непревышению** порога евклидова расстояния между центроидами и составляется список пар соответствий. Наряду с идеальной ситуацией, когда каждому объекту поля прогноза соответствует единственный объект поля наблюдений и обратно, возможны ситуации, когда некоторые объекты оказываются не спаренными, а некоторые входят в несколько пар. Если **двум** объектам одного поля соответствует **один** объект второго поля, то два объекта одного поля можно слить, если евклидово расстояние между их центроидами удовлетворяет тому же или какому-либо иному пороговому условию. В качестве порога расстояния можно задать сумму квадратов площадей рассматриваемых объектов, что схематически отображает удаление двух квадратов друг от друга на расстояние не дальше суммы их сторон [28]. В МЕТ для спаривания запускается процедура *нечеткой логики* (fuzzy engine), построенная на наборе атрибутов, а внутренние соответствия определяются графом связей [21, 40]. Сформированные объекты верификации называются "кластерными" (cluster) или "слитыми" (merged) [39, 41]. Имеются специфические операции над простыми объектами. Так, перед расчетом "отношения сторон" (aspect ratio) объекты со сложной границей вкладываются в выпуклую фигуру, подгоняемую разными способами, например "резиновой нитью", "вложением в ящик" или "приближением эллипсом".

4.4. Моменты объектов

Атрибуты первого типа рассчитываются с помощью характеристик, которые называются *моментами*, по формальной аналогии со статистическими моментами. Моменты объектов вычисляются двумя способами в зависимости от определения объекта либо как набора смежных единичных ячеек сетки, либо как внутренней части полигона, т. е. замкнутой ломаной линии. Второй случай встречается при выделении внутренней области многоугольника с помощью списка его вершин. Важно иметь в виду, что разница этих двух случаев лишь в вычислении моментов – атрибуты объектов (такие как координаты центроидов и наклон главной оси) рассчитываются одинаково. Приведем соответствующие формулы для более простого первого случая, а второй случай опишем в основном словесно.

Фигуры, составленные из единичных ячеек сетки. Имеется двумерная сетка размером (NX, NY) :

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid 0 \leq x < NX, 0 \leq y < NY\} \quad (9)$$

и целевая область (например, объект) $\Omega \subset G$. Определим индикаторную функцию $\chi(x, y)$ на G :

$$\chi(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x, y) \in \Omega \\ 0, & \text{если } (x, y) \notin \Omega \end{cases} \quad (10)$$

С помощью этой функции можно сразу вычислить *площадь* (или *размер*) объекта Ω :

$$A = \sum_{(x, y)} \chi(x, y). \quad (11)$$

Суммирование проводится по всем парам $(x, y) \in G$. По аналогии со статистикой назовем выражение $\sum_{x, y} x^n y^m \chi(x, y)$ *моментом порядка* (m, n) . В этой связи площадь можно назвать *моментом объекта нулевого порядка*. Аналогично имеется два *момента первого порядка* $(m=n=1)$:

$$S_x = \sum_{(x, y)} x \cdot \chi(x, y), \quad S_y = \sum_{(x, y)} y \cdot \chi(x, y). \quad (12)$$

Очевидно, моменты – это взвешенные координаты; делением на площадь вычисляются координаты геометрического центра фигуры (*центра тяжести*). Если же взвешивать значениями интенсивности осадков в точках выделенной фигуры, то делением на сумму осадков внутри фигуры получим координаты "центра распределения интенсивности осадков". В пакете SpatialVx реализованы известные в компьютерном зрении "инвариантные моменты изображения X_y " с использованием характеристик цветового пространства [39]. Разработчики пакетов MODE и SpatialVx подчеркивают, что при расчете моментов с помощью индикаторной функции учитываются чисто геометрические свойства областей значительных осадков, на которых в первую очередь фокусируется внимание. Действительно, зачастую "центр тяжести", рассчитанный по значениям интенсивности осадков, смещается в небольшую зону максимальных осадков (или даже выбросов), расположенную около границы области и не отражающую свойства области в целом.

Запишем три момента второго порядка:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \sum_{(x, y)} x^2 \chi(x, y), \\ S_{xy} &= \sum_{(x, y)} xy \chi(x, y), \\ S_{yy} &= \sum_{(x, y)} y^2 \chi(x, y). \end{aligned} \quad (13)$$

Моменты, аналогичные ковариациям, можно использовать для выделения главной оси, для расчета угла ее наклона и оценки эксцентриситета. В SpatialVx для расчета характеристик эллипса привлечены сторонние специализированные внешние пакеты. Так, угол наклона главной оси рассчитывается с помощью пакета `smatr`, разработанного для "структурированных" двумерных величин (ссылка на первоисточник в [39]). Эллипс рассеяния строится в комбинации регрессионного анализа и анализа главных

компонент с использованием критериев отношения правдоподобий и Хи-квадрат. Однако отношение длин осей (aspect ratio) по умолчанию рассчитывается грубым, но надежным приемом пакета MET с помощью "наилучшего в некотором смысле" прямоугольника с "длиной и шириной сторон L и W" [40]. Этот "бюкс" описывается вокруг объекта в том направлении наибольших сторон, которое совпадает с уже определенным углом наклона главной оси. Разработчики пакетов предупреждают, что центр этого "бюкса" может не совпадать с центроидом объекта.

Выпишем формулы расчета атрибутов первой категории, использованные в нашей работе.

1. Площадь A (момент нулевого порядка).
2. Координаты центроида (моменты первого порядка):
 $(X_c, Y_c) = (S_x/A, S_y/A)$.
3. Угол наклона главной оси (axis angle) (моменты второго порядка):
 $\vartheta = 0.5 \arctan(\rho_2, \rho_1)$, где $\rho_1 = (S_{xx} - S_{yy})/2$, $\rho_2 = S_{xy}$.
4. Отношение осей (aspect ratio):
 $\gamma = W/L$ (с помощью прямоугольника или "бюкса").
5. Интенсивность осадков: 90%-й квантиль.

Фигуры, составленные из внутренних точек замкнутой ломаной линии. Здесь ограничимся несколькими замечаниями. Вывод необходимых формул более сложен, но фактические вычисления сводятся лишь к обходу вершин ломаной линии и выполнению простых арифметических операций над координатами вершин. Используется конечно-разностный вариант формулы Грина для интегралов на односвязной области и по замкнутому контуру, при этом обход границы не важен – на всякий случай следует взять модуль рассчитанной оценки. В технической заметке двадцатилетней давности [22] используется общая теорема Стокса для дифференциальных форм на ориентируемых многообразиях. При известной абстрактности понятий общая теорема Стокса может оказаться весьма полезной, если учитывать новейшие расширения приложений инструмента MODE на многопараметрические ситуации, в которых понятия объекта и его границы могут оказаться более сложными, нежели односвязная область на плоскости внутри полигона. Для примера приведем формулу расчета площади объекта по координатам (x_i, y_i) вершин его полигональной границы:

$$A = \frac{1}{2} \sum_i (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}), \quad (14)$$

где i изменяется по модулю количества вершин (на последнем шаге индекс $i + 1$ относится к первой вершине полигона).

5. Квантильный анализ размеров объектов в композитах и прогностических полях

Рассмотрим пример композита и синхронизированного поля численного прогноза на первые 10 минут, составленного 9 июля 2025 г. с начальным сроком 18:00 ВСВ (рис. 2).

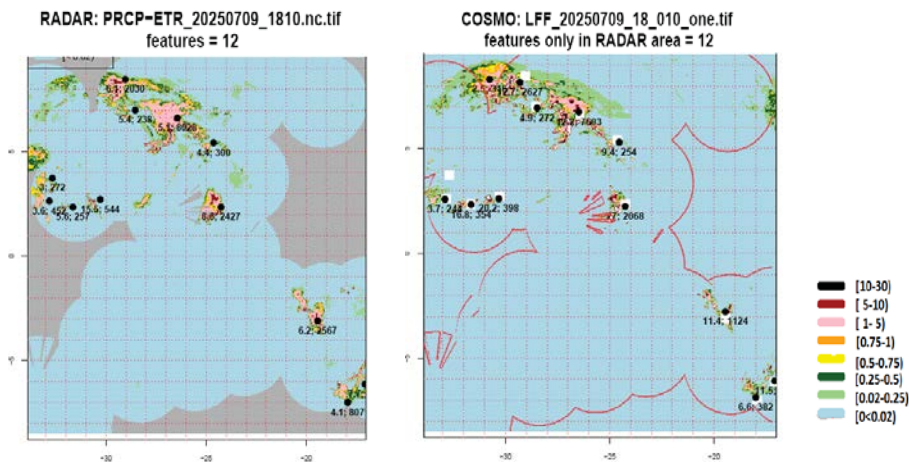


Рис. 2. Композитная карта наукастинга ("контроль", левая панель); прогностическое поле интенсивности осадков по модели COSMO-Ru2By заблаговременностью 10 минут (правая панель). Начальное время прогноза: 09.07.2025 18:00 ВСВ. Выделены объекты (связные наборы ячеек с интенсивностью не менее 1 мм/ч) и их центроиды (черные кружки) с указанием максимальной интенсивности и размера. Белые квадратики на правой панели – местоположение центроидов левой панели. Палитра цветов указывает границы интенсивности в мм/ч: квадратная скобка включает, круглая скобка исключает расположенное рядом значение.

Fig. 2. Composite nowcasting map ("reference," left panel); precipitation intensity forecast field from the COSMO-Ru2By model with a 10-minute lead time (right panel). Forecast start time: July 9, 2025, 18:00 UTC. Objects (contiguous sets of grid cells with an intensity of at least 1 mm/h) and their centroids (black circles) are highlighted, with maximum intensity and size indicated. White squares on the right panel indicate the locations of the centroids from the left panel. The color scale indicates intensity ranges in mm/h: square brackets denote inclusion, while parentheses denote exclusion of the adjacent value.

Отметим общие особенности рис. 2. Стороны области верификации (домена) имеют длину примерно по 2000 км, одна графическая ячейка имеет сторону в 110 км и содержит 50×50 значений расчетной матрицы (итого 2500 ячеек). Черные кружочки указывают координаты центроидов выделенных объектов с указанием максимальной интенсивности и размера (в количестве внутренних ячеек). Для удобства сопоставления центроиды композита перенесены на правую панель в виде белых квадратиков. Области, выделенные изолинией 1 мм/ч, отмечаются цветами палитры сиреневый и выше (между интенсивностями 1–5 мм/ч). Области обоих полей, помеченные черными кружочками, прошли все этапы формирования объектов в пакете SpatialVx (от идентификации до кластеризации). В табл. 1 собраны данные об объектах в радиолокационном композите и в поле численного прогноза рис. 2.

Нумерация объектов проведена по схеме первичной идентификации объекта в расчетной матрице данных: сверху вниз и слева направо

(numbering of simple objects, [21]). Количество выделенных объектов в названиях панелей одинаковое (features = 12), однако легко обнаруживаются два несовпадения. Первое несовпадение – "обрезка" объекта (соответствующая строка в табл. 1): в левом верхнем углу правой панели (в прогнозе) есть выделенный объект, которого не может быть на левой панели ввиду отсутствия радиолокационного покрытия. Второе несовпадение – "промах" (соответствующая строка в табл. 1): на левой панели у левой стороны на уровне примерно $Y=3.5$ имеется объект размером 272 ячейки с максимальной интенсивностью 3 мм/ч, который не обнаруживается на панели прогноза, но отмечен на этой координате белым квадратиком. Претендентами на спаривание могут считаться остальные одиннадцать пар объектов: 1–2, 2–3, 3–4, 4–5, 6–6, ..., 12–12.

Таблица 1. Раздельно нумерованные объекты в композите и в прогнозе и номера "претендентов на спаривание" из пары полей "композит - прогноз"
Table 1. Separately numbered objects in the composite and in the forecast and numbers of "mating candidates" from the pair of fields "composite - forecast"

Композит	Поле прогноза	Спаривание
обрезка	1. 2.5; 316	
1. 6.1; 2030	2. 12.7; 2627	1 - 2
2. 5.4; 238	3. 4.9; 272	2 - 3
3. 5.1; 8028	4. 12.2; 7603	3 - 4
4. 4.4; 300	5. 9.4; 254	4 - 5
5. 3; 272	промах	
6. 3.6; 452	6. 3.7; 244	6 - 6
7. 5.6; 257	7. 16.8; 354	7 - 7
8. 15.5; 544	8. 20.2; 398	8 - 8
9. 8.6; 2427	9. 9.7; 2068	9 - 9
10. 6.2; 2567	10. 11.4; 1124	10 - 10
11. 7.7; ?	11. 11.5; ?	11 - 11
12. 4.1; 807	12. 6.6; 382	12 - 12

Примечание. Под номером объекта указаны максимальная интенсивность и количество внутренних ячеек. Близость центроидов определена визуально. Знаком вопроса отмечены размеры, не уместившиеся на панелях рисунка.

Далее, в обоих полях присутствуют объекты, имеющие размеры не менее 625 ячеек: таковых в композите 5, а в численном прогнозе – 4. Будем для краткости называть *значимыми* те объекты, размер которых не меньше порога 625 ячеек. По табл. 1 видно, что четыре пары значимых объектов в синхронизированных полях удовлетворительно совпадают и по локализации центроидов, и по количеству внутренних ячеек. Такого рода совпадение или сходство в прогнозе на 10 мин свидетельствует в первую очередь об удовлетворительном качестве системы усвоения.

5.1. Объемы исходных выборок

Максимально возможное количество полей наукастинга в 10-минутных сроках в интервале от 1 мая до 30 сентября равно $153 \times 144 = 22032$,

а прогнозов COSMO-Ru2By одной заблаговременности – $153 \times 8 = 1224$. В действительности накоплено чуть меньше полей: 21661 в композитах и 21528 – в полном наборе полей прогноза на 10–180 мин с начальным сроком через каждые три часа от 00:00 ВСВ. Максимально возможное количество синхронизированных пар полей *для одной заблаговременности* равно максимально возможному количеству прогнозов (т. е. 1224); фактически, это количество не превышает $21528/18 = 1196$ пар, а ввиду некоторых пробелов в радиолокационных композитах составляет около 1175 пар. При этом ожидается, что сериальная зависимость в выборках пар полей, отделенных трехчасовыми интервалами между начальными сроками прогноза, существенно уменьшится.

Оценим объемы составляемых выборок для верификации с небольшими округлениями. Среди всех пар синхронизированных полей встречаются пары без значимых объектов: таковых в зависимости от заблаговременности оказалось около полусотни. Таким образом, со значимыми объектами хотя бы в одном из полей насчитывается около 1125 пар полей. Назовем такие выборки пар полей *промежуточными*.

При допуске значимых объектов и в наблюдениях, и в прогнозах выборки сужаются примерно на 30 % в сравнении с *промежуточными* выборками. Будем называть такие выборки *узкими* (или *финальными*) – именно такие выборки служат основой диагностической верификации в данной работе. При переходе к узкой выборке размером около 785 пар полей интервал между соседними полями составит около четырех – пяти часов. Учитывая типичное время эволюции зон осадков в мезомасштабных конвективных системах в 8–10 часов [1, 5], а также беспорядочное распределение по шкале времени количества объектов в полях (точное совпадение количества объектов наблюдается лишь примерно *в трети случаев*), можно считать сериальную корреляцию в *узких* выборках близкой к нулю. Все это позволяет (точнее, не мешает) использовать в финальных выборках параметрические критерии для построения доверительных интервалов рассчитываемых квантилей, прибегая к вышеупомянутым теоретическим закономерностям.

В табл. 2 показано распределение размеров объектов для некоторых заблаговременностей в *промежуточных* выборках пар полей с точным количеством идентифицированных объектов.

Подчеркнем, что особенности распределения размеров в табл. 2 характерны для всех заблаговременностей. Во всех случаях встречаются объекты размером в одну ячейку (столбец 0%). От 30 до 35 % общего количества составляют мелкие объекты (размером менее 625 ячеек). Заметной тенденции количества *значимых* объектов в радарных и прогностических полях с заблаговременностью не просматривается, что для радарных полей ожидаемо, а для прогнозов – благоприятно. Однако на всех заблаговременностях количество прогностических объектов превышает количество объектов в радарных композитах (столбец pmbr). Завышение размеров

объектов в прогнозах заметно в квантилях последних двух-трех уровней, отчетливо отделяющих *долю ложных тревог*. Напомним, прогностические объекты извлекаются из проекций на радиолокационный композит с возможной потерей значимых областей вне зон радиолокационного обзора.

Таблица 2. Квантили распределения размеров объектов (в количестве ячеек) для некоторых заблаговременностей и количество объектов в *промежуточных* выборках (nmbr)

Table 2. Quantiles of the distribution of object sizes (in the number of cells) for some lead times (leadt) and the number of objects in intermediate samples (nmbr)

Заблаг. (мин)	Источник поля	Размеры объектов в синхронизированных парах полей											nmbr
		0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%	
010	RADAR	1	56	167	651	752	891	1098	1428	1997	3103	20159	4645
	COSMO	1	59	148	638	732	870	1091	1456	2068	3540	25853	5180
060	RADAR	1	50	159	651	758	898	1099	1440	2005	3096	18068	4627
	COSMO	1	51	95	229	658	771	942	1219	1729	2930	21794	5403
120	RADAR	1	40	120	575	724	854	1053	1375	1856	2988	17249	4886
	COSMO	1	56	137	628	717	841	1028	1333	1874	3166	25127	5168
170	RADAR	1	52	167	647	748	887	1099	1425	1969	3199	19294	4711
	COSMO	1	63	249	679	776	926	1149	1522	2196	3656	28672	5011

Рассмотрим, несколько конкретных примеров спаренных полей на первом шаге прогноза 10 мин. Начальные сроки прогноза указаны в ВСВ.

Прогноз 01.05.2025 от 21:00. Радарный композит содержит 4 объекта размером 2145, 2519, 666 и 5296 ячеек, а прогностическое поле – 5 объектов размером 996, 715, 3551, 1591 и 5346 ячеек.

Прогноз 05.05.2025 от 18:00. Радарный композит содержит 22 объекта размером 171, 320, 82, 155, 38, 114, 187, 94, 129, 295, 61, 3, 1, 148, 593, 46, 35, 551, 39, 145, 147 и 46 ячеек, а прогностическое поле – 2 объекта размером 1419 и 1340 ячеек.

В первом прогнозе значительные объекты содержатся в обоих полях, и такие пары, к счастью, встречаются довольно часто. Во втором прогнозе наблюдается обилие объектов в композите и лишь два подходящих объекта в поле численной модели. Приведем еще два варианта "расселения" объектов по композиту и полю.

Прогноз 07.05.2025 от 06:00. Композит содержит 21 объект (лишь один объект – 717 ячеек), а прогностическое поле – 30 объектов (ни одного "значимого").

Прогноз 07.05.2025 от 12:00. Композит содержит 3 объекта (размером 716, 1039 и 708), а прогностическое поле – 37 объектов (ни одного "значимого").

Лишь в первом примере возможно формирование *узкой* выборки, в которой каждое поле синхронизированной пары содержит объекты *значимых* размеров. Подчеркнем еще раз, в данной работе под диагностической верификацией с помощью метрик качества (атрибутов второй категории) понимается оценка прогнозов на основе подвыборки узкой выборки полной

матрицы сходства объектов. Так, по составу объектов в первом примере матрица сходства состоит из 4×5 значений конкретной метрики, из которых, в свою очередь, выделяется лишь 4 "лучших" значения, включаемые в финальный набор диагностической верификации. Детали диагностики описаны во второй части статьи.

5.2. Асимптотические свойства квантилей распределения размеров объектов

Обсудим возможности приложения к распределению размеров объектов некоторых упомянутых теоретических результатов.

Ограничимся оценками квантилей в интервале нормального закона притяжения. Напомним, в пионерской работе [17] такие квантили названы *центральными* в отличие от *крайних*, попадающих в области притяжения законов распределения экстремальных величин. Ниже для децилей распределения размеров объектов используются эквидистантные уровни $p = \{0.1, 0.2, \dots, 0.9\}$ и иногда добавляются нижняя и верхняя границы (под вероятностями 0 и 100 %), всегда равные минимальному и максимальному количеству ячеек соответственно. Учитывая неизбежную зависимость и используя опыт обработки гидрологических данных, Гумбель сформулировал "рабочее" правило: функции распределения F порядковых статистик можно считать нормальными в пределах $0.15 \leq F \leq 0.85$ [6, с. 70], вне этого интервала они стремятся к экстремальным значениям. Полагаясь на определения и авторитетные рекомендации, будем считать, что областью нормального закона притяжения является указанный выше интервал децилей.

5.3. Оценки выборочных квантилей и их доверительных интервалов

Оценка выборочных квантилей, их доверительных интервалов и стандартного отклонения проводится одним параметрическим и двумя непараметрическими методами, реализованными в математических пакетах языка R.

Первый метод основан на функциях `quantile`, `pbinom` и `pbeta` базового пакета `stats`, загружаемого при установке языка R [34–36]. Функция `quantile` оценивает квантили выборки одним из девяти способов, согласно документациям [36, 42]. Выборочный квантиль $Q_i(p)$ определяется как взвешенная средняя величина последовательных порядковых статистик по формуле

$$Q_i(p) = (1 - \gamma)x_j + \gamma x_{j+1}, \quad (15)$$

где $1 \leq i \leq 9$; $(j-m)/n < p < (j-m+1)/n$; x_j – j -я порядковая статистика (в нашем случае – соответствующий размер объекта в вариационном ряду); n – объем выборки; m – константа, определяемая порядком выборочного квантиля. Весовое число γ является функцией номера порядковой статистики $j = [np + m]$ и числа $g = np + m - j$, где символ $[*]$ означает наибольшее целое, не

превышающее число внутри скобок. Очевидно, рассчитанные оценки не зависят от распределения.

Все девять способов расчета выборочного квантиля задаются определенной комбинацией чисел m , g , j и типом результирующего распределения – дискретного (ступеньками) или непрерывного. Нами выбран способ (под номером 4), приводящий к непрерывному случаю, который аналогичен построению функции распределения по полигону частот с линейной интерполяцией между узлами. Эксперименты со всеми способами показали, что значения квантилей заметно отличаются друг от друга лишь на небольших выборках.

В табл. 3 собраны рассчитанные различными методами децили (с округлением до целых) по *промежуточной* выборке, состоящей в проведенном эксперименте из 4645 объектов. Согласно этой таблице, все методы приводят к практически неотличимым результатам для всех выделенных уровней. Аналогичные эксперименты с композитами и прогнозами в других заблаговременностях, как для *промежуточных*, так и для *узких* выборок, привели к схожим результатам, что является необходимым условием для приложения асимптотических методов ко всем выборкам. Добавим, что оценки квантилей в пакетах непараметрической статистики Hmisc и boot производятся с помощью этой же базовой функции quantile [37, 38].

Таблица 3. Рассчитанные девятью методами децили распределения размеров объектов в множестве 4645 объектов в радиолокационных композитах, спаренных с полями прогнозов на 10 мин в промежуточной выборке пар полей
Table 3. Deciles of the object size distribution calculated using nine methods for a set of 4,645 objects in radar composites paired with 10-minute forecast fields in the intermediate sample of field pairs

Методы оценки	Уровни децилей с экстремальными значениями в 0 и 100%										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
1	1	56	167	651	752	891	1098	1428	1997	3106	20159
2	1	56	168	651	752	891	1098	1428	1997	3106	20159
3	1	56	167	651	752	891	1098	1428	1997	3100	20159
4	1	56	167	650	752	891	1098	1428	1997	3103	20159
5	1	56	168	651	752	891	1098	1428	1997	3106	20159
6	1	56	167	651	752	891	1098	1428	1997	3108	20159
7	1	56	168	651	752	891	1098	1428	1997	3104	20159
8	1	56	168	651	752	891	1098	1428	1997	3107	20159
9	1	56	168	651	752	891	1098	1428	1997	3106	20159

В рамках базового пакета stats доверительные интервалы для квантилей оцениваются с помощью функции биномиального распределения rbinom, при этом вычисления соответствующих значений доверительных интервалов производятся также базовой функцией неполного бета-распределения pbeta. Все параметры оцениваются в разнообразных предположениях, в частности, относительно формы кривой распределения – симметричности, скошенности, положения хвостов и т. д. В некоторых ситуациях

используется генерирование бета-распределения с помощью распределения хи-квадрат. Данный тип оценки характеристик выборочных квантилей относится, очевидно, к параметрическим методам.

Функция `hdquantile` из библиотеки `Hmisc` оценивает квантили как вызовом базовой функции `quantile`, так и взвешенными порядковыми статистиками (*L-estimators*) с наибольшими весами на элементах исходного вариационного ряда [32]. Однако доверительные интервалы для квантилей рассчитываются простым, но эффективным "складным ножом" (*jackknife*), формирующим повторные выборки последовательным вырезанием одного элемента.

Наиболее распространенный метод Монте – Карло – перевыборки с повтором под названием бутстреп – реализован в функции `boot` одноименного пакета. В параметрах функции указывается операция над данными и количество повторных выборок (реплик). Выходная продукция состоит из непараметрических оценок квантилей, их смещенности (*bias*) и стандартной ошибки (*standard error, se*), или точнее, стандартного отклонения (корня квадратного из выборочной дисперсии). Как известно, связь доверительных интервалов и стандартной ошибки (как она определяется в этих пакетах) заключена в формуле

$$X = X^* \pm t_{\alpha}(se/\sqrt{n}), \quad (16)$$

где X и X^* – выборочная случайная величина и ее "теоретическое" значение соответственно; n – количество степеней свободы (или объем выборки); t_{α} – критериальная статистика. Значение t_{α} определяется по количеству степеней свободы и по распределению исходной выборки, например, по процентным уровням распределения Стьюдента или, в случае больших n , *стандартного* нормального распределения.

Любопытно родство бутстрепа и складного ножа, проявляющееся в том, что при увеличении количества реплик средняя оценка случайной величины бутстрепом стремится к оценке средней величины, полученной алгоритмом Харрелла – Дэвиса [32].

"Нормальный" случай охватывает 90 % всего диапазона размеров объектов, в котором предельное распределение Бернулли совпадает с распределением Гаусса (формула Муавра – Лапласа). Обилие детализированных рекомендаций по использованию функций `binom` и `beta`, а также многолетние, непрекращающиеся усилия их оптимизации с помощью сложных аналитических функций (см. документацию [34]), побуждают пользоваться этим приближением при большом n и постоянном p :

$$P\{\mu \leq m|n, p\} = \sum_{i=0}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i} \approx \Phi\left(\frac{m-np+0.5}{\sqrt{np(1-p)}}\right), \quad (17)$$

где $\Phi(x)$ – функция нормального распределения с параметрами (0,1).

В таблицах [2, стр. 67] высказано предостережение о поспешном использовании формул Муавра – Лапласа: при $n < 200$ точность этих приближений следует признать недостаточной, а формулы считать "пригодными лишь для грубых, ориентировочных расчетов". Однако учитывая, что

объемы выборок в нашей работе существенно превосходят указанную в [2] величину "200", можно считать точность приближенной формулы (17) удовлетворительной и предполагать статистическую независимость размеров объектов в выборке ввиду слабой сериальной корреляции последовательных полей.

Приведем несколько примеров статистического анализа децилей размеров объектов в выборках для прогнозов на 10, 90 и 170 мин. Представим результаты анализа размеров объектов и их координат на оси определения функции распределения в диапазоне 10–90 % для *промежуточной* и *узкой* выборок.

Информативной характеристикой доверительного интервала являются номера координат его границ в упорядоченной последовательности номеров исходного вариационного ряда и абсолютная разность этих координат (длина доверительного интервала), которая равна количеству объектов внутри этого интервала. По умолчанию, для всех квантилей доверительный интервал рассчитывается по уровню доверия в 95 %.

В табл. 4 собраны указанные размахи номеров для обоих типов выборок. В ней отражены следующие особенности длины доверительных интервалов. Значения распределены симметрично относительно медианы (50%), в доверительный интервал которой попадает максимальное количество объектов.

Таблица 4. Длина доверительных интервалов для оценок внутренних децилей размеров объектов (10–90 %) в радиолокационных композитах и полях прогноза на 10, 90 и 170 мин в выборках двух типов

Table 4. Lengths of confidence intervals for estimates of inner deciles of object sizes (10–90%) in radar composites and forecast fields for 10, 90, and 170 min in two types of samples

Заблаг. (мин)	Источник поля	Промежуточные выборки										Узкие выборки									
		уровни квантилей в %:										уровни квантилей в %:									
		10	20	30	40	50	60	70	80	90		10	20	30	40	50	60	70	80	90	
RADAR	010	81	107	123	131	134	131	123	107	81		69	93	105	113	116	113	105	93	69	
	090	85	111	127	137	140	137	127	111	85		69	93	105	113	116	113	105	93	69	
	170	81	109	125	133	136	133	125	109	81		69	93	107	113	116	113	107	93	69	
COSMO	010	85	113	131	139	143	139	131	113	85		73	97	111	117	121	117	111	97	73	
	090	89	119	135	145	147	145	135	119	89		71	95	109	117	118	117	109	95	71	
	170	85	111	129	137	140	137	129	111	85		73	99	113	119	122	119	113	99	73	

Минимальное количество объектов попадает в доверительные интервалы крайних квантилей. Чуть меньшее количество объектов в доверительных интервалах узких выборок объясняется меньшим объемом этих выборок по сравнению с промежуточными выборками. В обеих выборках практически отсутствует зависимость от заблаговременности. Выделенные особенности характеризуют в первую очередь устойчивость сделанных статистических оценок. Заметим, в графическом представлении самих координат квантилей (номер квантиля, как оценка координаты) это точные прямые линии от левого нижнего угла к правому верхнему углу графика.

В табл. 5 приведены соответствующие оценки размахов квантилей (т. е. размеров объектов) в доверительных интервалах для тех же уровней, типов выборок и заблаговременностей. Воспользуемся вначале параметрическими оценками доверительных интервалов, рассчитанных с помощью комбинации функций binom и beta.

Таблица 5. Параметрические оценки размахов квантилей размеров объектов для доверительных интервалов в радиолокационных композитах и полях прогноза на 10, 90 и 170 мин

Table 5. Parametric estimates of object size quantile ranges for confidence intervals in radar composites and forecast fields at 10, 90, and 170 min

Источник поля	Заблаг. (мин)	Промежуточные выборки									Узкие выборки								
		уровни квантилей в %:									уровни квантилей в %:								
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	10	20	30	40	50	60	70	80	90
RADAR	010	12	48	23	33	45	76	105	171	295	13	25	33	58	71	103	152	220	406
	090	9	27	212	32	41	69	104	148	377	14	27	41	53	69	92	143	182	410
	170	9	54	19	33	46	70	98	153	363	15	26	35	57	81	113	151	206	426
COSMO	010	9	38	22	28	44	85	114	205	373	13	23	35	60	80	107	146	232	420
	090	9	12	78	23	35	52	90	142	373	12	19	33	50	59	108	158	221	551
	170	12	121	26	30	53	79	130	210	447	16	20	38	51	86	108	152	228	510

В табл. 5 наблюдается, в сравнении с табл. 4, заметное различие между промежуточными и узкими выборками. Естественное постепенное возрастание размаха размеров объектов в доверительных интервалах квантилей с ростом уровней наблюдается только в узких выборках. В промежуточных выборках на уровнях малых размеров (до 40 %) возникает сильный выброс на всех представленных заблаговременностях (выделено в таблице красным цветом). В узких выборках после медианного уровня 50 % размахи в прогнозах выше соответствующих размахов в композитах, кроме одного случая в столбце уровня 70 %.

На рис. 3 показаны графики зависимости размеров объектов и границ доверительных интервалов от квантильных уровней.

Для наглядности узлы графика соединены прямыми линиями, красными линиями отмечены прогнозы на 170 мин, а границы доверительных интервалов для прогнозов на 170 мин обозначены кружочками. Здесь важна общая картина, на которой отчетливо проявились основные особенности двух типов выборок. Выбросы, значения которых выделены в таблице в промежуточных выборках, означают критическую перенаселенность мелкими объектами некоторых, возможно, немногих (и, возможно, сбойных) радиолокационных композитов, которые не были отфильтрованы системой ассимиляции прогностической модели. Эти выбросы фиксируются на графике на 30%-м уровне квантиля. Вероятно, имеется некоторая систематическая особенность в распределении объектов малого размера (ориентировочно до 625 ячеек), но ее на данном этапе не удастся выявить и сформулировать, ввиду чего, в частности, и решено ограничиться содержательным анализом только узких выборок.

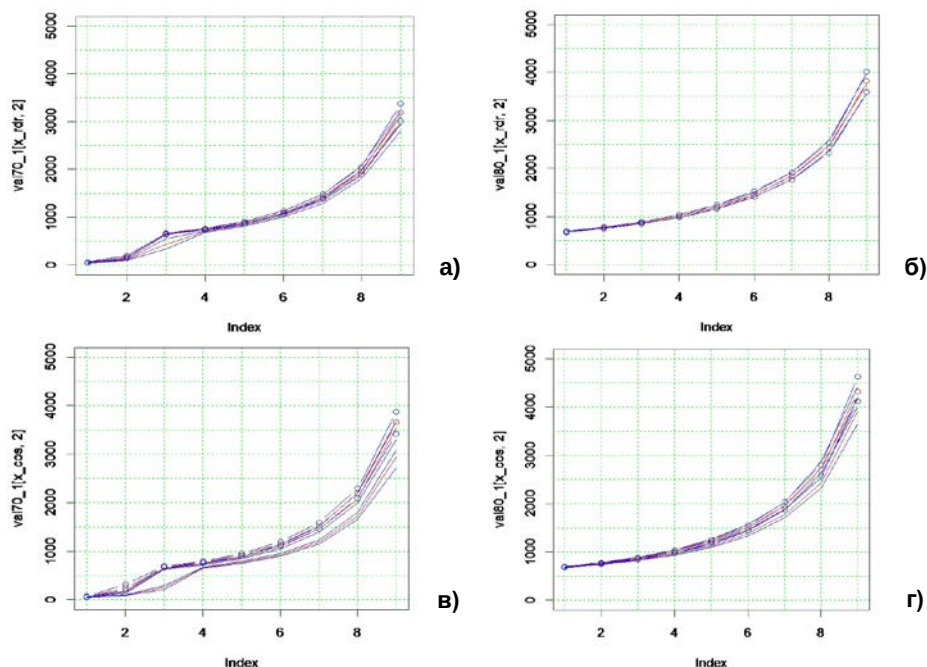


Рис. 3. Распределение децилей размеров объектов и границ их доверительных интервалов для промежуточных (а, в) и узких (б, г) выборок в зависимости от квантильного уровня (номера 1–9): объекты в композитах (а, б); объекты в прогностических полях (в, г).

Fig. 3. Distribution of object size deciles and their confidence interval boundaries for intermediate (a, в) and narrow (б, г) samples as a function of quantile level (numbers 1–9): objects in composites (а, б); objects in forecast fields (в, г).

5.4. Непараметрические оценки стандартных отклонений

В табл. 6 содержатся непараметрические стандартные 95%-е ошибки оценок децилей распределения размеров объектов, полученные с помощью функций `hdquantile` и `boot`. На основе сравнительных результатов предварительных расчетов выбран экономичный бутстреп с сотней реплик. Строки NA в таблице для промежуточных выборок свидетельствуют о том, что процедура `boot` столкнулась с возвратом недопустимого количества совпадающих значений, несмотря на предварительное зашумление целых значений выборки датчиком случайных чисел в интервале (0,1). Основным вывод очевиден: оба метода оценки фиксируют чрезмерную заселенность мелкими объектами в промежуточных выборках на уровнях 20–30 %.

В табл. 6 проявилось то же различие статистических оценок в двух типах выборок, как и в табл. 5: обилие малых объектов в интервале 20–30 % нарушило последовательный рост ошибки в промежуточных выборках, вызвав сбой в работе процедуры бутстреп.

Однако во всех корректных количественных оценках метод Харрела – Дэвиса и бутстреп привели к близким значениям и по уровням квантилей,

и по заблаговременности, в особенности на узких выборках. Как показывают числовые характеристики правого столбца табл. 6, условия формирования узких выборок обеспечили корректность и сходство результатов двух методов оценки ошибок – в полной аналогии с табл. 5.

Таблица 6. Стандартные ошибки (с 95%-м уровнем значимости) оценок децилей распределения размеров объектов в радиолокационных композитах и прогностических полях для заблаговременностей 10, 90 и 170 мин, рассчитанные методом Харрела – Дэвиса (верхняя строка) и бутстрепом (нижняя строка)

Table 6. Standard errors (at the 95% significance level) of decile estimates for the object size distribution in radar composites and forecast fields for lead times of 10, 90, and 170 min, calculated using the Harrell–Davis method (top row) and the bootstrap method (bottom row)

Источник поля	Заблаг. (мин)	Промежуточные выборки										Узкие выборки									
		уровни квантилей в %:										уровни квантилей в %:									
		10	20	30	40	50	60	70	80	90		10	20	30	40	50	60	70	80	90	
RADAR	010	3	11	6	8	12	20	27	45	78		3	7	8	13	17	25	34	54	108	
		3	13	6	7	10	17	24	42	72		3	7	9	13	16	24	33	57	118	
	090	2	7	55	8	11	16	27	37	93		3	7	10	14	18	22	33	50	108	
		NA	NA	...					NA	NA		3	7	10	13	15	21	27	42	95	
	170	3	13	4	8	12	16	25	36	96		4	7	8	15	21	27	38	53	115	
		3	14	5	9	14	18	23	33	79		4	6	8	15	18	23	36	51	107	
COSMO	010	2	9	6	7	11	21	29	52	97		3	6	8	15	20	26	36	55	105	
		2	9	9	7	12	21	31	52	88		3	7	9	17	22	30	42	61	113	
	090	2	3	19	6	8	13	24	35	87		3	5	8	13	15	25	37	53	136	
		2	4	21	6	9	15	25	39	86		3	5	8	13	15	26	38	52	127	
	170	3	31	6	7	14	20	32	49	103		4	5	10	13	21	27	39	60	143	
		NA	NA	...					NA	NA		4	5	9	11	20	28	38	51	129	

5.5. Сопоставление параметрических и непараметрических оценок

Сопоставим оценки табл. 5 и 6, воспользовавшись формулой (16) и выбрав подходящий множитель t_{α} , с учетом того, что этот выбор зависит от объема выборки (или степеней свободы) и от вида исходного распределения. В асимптотическом случае следует предпочесть стандартное нормальное приближение и $t_p=1.96$, а при наличии сериальной коррелированности и намного меньшего количества степеней свободы (порядка одной сотни) более точно распределение Стьюдента с поправками, рекомендованными, например, в таблицах [2]. Важно иметь в виду, что аналогичная процентная точка распределения Стьюдента до $n=500$ не превосходит 1.65 [2, с. 178].

Ограничимся данными только узких выборок (правые столбцы табл. 5 и 6) и умножим ошибки на удвоенные значения критериев по уровням распределений Гаусса и Стьюдента, соответственно, с обозначениями t_{norm} и t_{stud} . В табл. 7 собраны значения разностей, полученные матричной арифметикой.

Таблица 7. Разность размахов доверительных интервалов из функции `pbin` и умноженных на `tnorm` и `tstud` стандартных ошибок из функции `hdquantile`; разность берется относительно оценки длины соответствующего доверительного интервала оценки квантиля размера объекта

Table 7. Difference between the widths of confidence intervals from the ``pbin`` function and the standard errors from the ``hdquantile`` function multiplied by ``tnorm`` and ``tstud``; the difference is calculated relative to the estimated length of the corresponding confidence interval for the quantile estimate of the object size

Узкие выборки											
Источник поля	Заблаг. (мин)	Критер. статистика	Уровни квантилей в %:								
			10	20	30	40	50	60	70	80	90
RADAR	010	tstud	0.24	0.08	0.20	0.26	0.21	0.20	0.26	0.19	0.12
		tnorm	0.10	-0.10	0.05	0.12	0.06	0.05	0.12	0.04	-0.04
	090	tstud	0.29	0.14	0.20	0.13	0.14	0.21	0.24	0.09	0.13
		tnorm	0.16	-0.02	0.04	-0.04	-0.02	0.06	0.10	-0.08	-0.03
	170	tstud	0.12	0.11	0.25	0.13	0.14	0.21	0.17	0.15	0.11
		tnorm	-0.05	-0.06	0.10	-0.03	-0.02	0.06	0.01	-0.01	-0.06
COSMO	010	tstud	0.24	0.14	0.25	0.17	0.17	0.20	0.19	0.22	0.17
		tnorm	0.10	-0.02	0.10	0.02	0.02	0.05	0.03	0.07	0.02
	090	tstud	0.18	0.13	0.20	0.14	0.16	0.24	0.23	0.21	0.19
		tnorm	0.02	-0.03	0.05	-0.02	0.00	0.09	0.08	0.06	0.03
	170	tstud	0.18	0.17	0.13	0.16	0.19	0.18	0.15	0.13	0.07
		tnorm	0.02	0.02	-0.03	0.00	0.04	0.02	-0.01	-0.03	-0.10

Поясним расчет примером. Обозначим строки табл. 5 (`pbin`), относящиеся к радиолокационным композитам, через rDT , где DT – заблаговременность, например $r010$ – это строка (13, 25, 33, 58, 71, 103, 152, 220, 406). Строки табл. 6 обозначим через $rDTse$: указанному примеру соответствует строка (3, 7, 8, 13, 17, 25, 34, 54, 108). Два вида приближений определяются критериальными множителями $tstud=2 \cdot 1.65=3.3$ и $tnorm=2 \cdot 1.96=3.92$. Табл. 7 состоит из строк двух видов для каждой заблаговременности:

- 1) $[rDT - tstud \cdot rDTse] / rDT$
- 2) $[rDT - tnorm \cdot rDTse] / rDT$

Для выборок из прогностических полей расчет аналогичен для соответствующих строк.

Лишь в единственном случае (отмечено красным цветом) относительная разность по абсолютной величине для нормального распределения превышает на две сотых соответствующую разность для распределения Стьюдента. Все без исключения относительные разности положительны для критерия Стьюдента, т. е. длина доверительного интервала, рассчитанная по биномиальному (точному) распределению, систематически превышает непараметрическую оценку этого же интервала. И меньшая по абсолютной величине относительная разность этих размахов (при единственном малозначительном исключении) подтверждает (но, конечно, не доказывает!) близкое к нормальному распределению децилей, а тем самым и правомерность асимптотического приближения их выборочного распределения.

5.6. Диагностическое сравнение размеров объектов: метрика Смирнова

На рис. 4 размещены функции распределения размеров объектов в композитах и в полях прогноза на 10, 90 и 170 мин с добавлением оценок метрики Смирнова (которая иногда называется метрикой Колмогорова – Смирнова) для всего прогностического интервала.

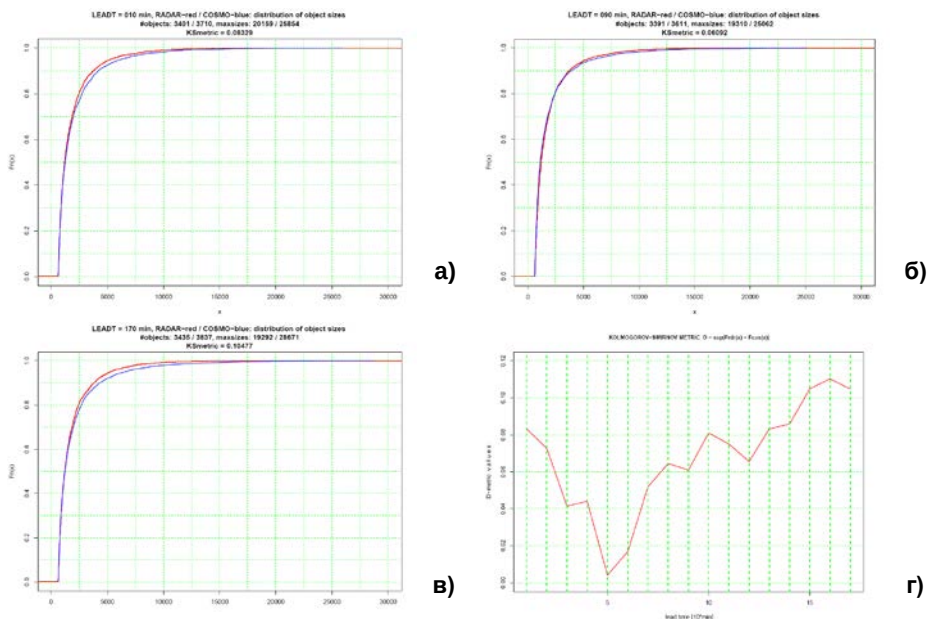


Рис. 4. Выборочные функции распределения размеров объектов в узких выборках синхронизированных композитов (красный цвет) и прогностических полей (голубой цвет) для заблаговременностей 10, 90, 170 мин (а, б, в) с метрикой Смирнова для пар распределений во всех заблаговременностях (г).

Fig. 4. Empirical size distribution functions for objects in narrow samples of synchronized composites (red) and forecast fields (blue) for lead times of 10, 90, and 170 min (a, б, в), along with the Smirnov metric for distribution pairs across all lead times (г).

По виду кривых можно сделать вывод о преимущественно L-образной функции плотности распределения размеров объектов, хорошо знакомой по распределениям гидрометеорологических величин, ограниченных снизу, сильно скошенных и имеющих преобладающее множество нулевых и близких к нулю значений (осадки, испарение, влагосодержание, скорость ветра и т. д.). В интервале "центральных квантилей" такие распределения удовлетворительно описываются гамма-распределением или кривыми Пирсона типа III, широко распространенными в гидрологии [3, 13, 16]. Можно видеть, что более близкими оказываются распределения объектов в парах полей для прогноза на 90 мин – факт, подтверждаемый кривой метрики Смирнова на панели (г).

Отчетливо видна сильная зависимость метрики Смирнова от заблаговременности. Два наименьших значения метрики соответствуют прогнозам на 50 и 60 мин. Представим список числовых значений этой метрики для всех заблаговременностей, выделив два наименьших значения на сроках 50 и 60 мин: 0.083, 0.073, 0.041, 0.044, **0.004**, **0.017**, 0.052, 0.065, 0.061, 0.081, 0.075, 0.066, 0.083, 0.086, 0.105, 0.110, 0.105.

Для определения значимости и для единообразного расчета метрики Смирнова все области определения эмпирических функций ограничены числом 3400, что никак не сказывается на поведении функций в том интервале, в котором локализована расчетная координата метрики. Уточним параметры метрики:

$$D_{n,m} = \sup_{-\infty < x < \infty} |F_1(x) - F_2(x)|, \quad (18)$$

где $F_1(x)$ и $F_2(x)$ – сравниваемые эмпирические функции распределения, построенные на основе двух независимых выборок объемов n и m из одного и того же распределения $F(x)$. Функция $\sup()$ заменяется, как обычно, функцией $\max()$, но при этом области определения уравниваются условием $m = n = 3400$. Используется следующее утверждение теоремы Смирнова: если $F(x)$ непрерывна, то для любого фиксированного $t > 0$

$$\lim_{n,m \rightarrow \infty} P \left\{ \sqrt{\frac{nm}{n+m}} D_{n,m} \leq t \right\} = K(t), \quad (19)$$

где $K(t)$ – распределение Колмогорова. Множитель в этой формуле равен $\sqrt{1700} = 41.2$.

Для оценки значимости фиксируется число $0 < p < 1$, например $p = 0.95$, и определяется число t_p из уравнения $K(t_p) = p$ по таблицам значений функции Колмогорова: находим $t_{0.95} = 1.3581$. Можно выделить "контрольную" функцию F_1 , определенную, например, на выборках радарных полей. Тогда при больших n, m с вероятностью, близкой к p , значения функции F_1 для всех x удовлетворяют неравенствам

$$h_{\min} = \max\{0, F_2(x) - t_p/41\} \leq F_1(x) \leq h_{\max} = \min\{F_2(x) + t_p/41, 1\}. \quad (20)$$

Неравенства следуют из раскрытия выражения $|F_1(x) - F_2(x)| \leq t/41$ и из ограниченности $0 \leq F_1(x) \leq 1$. Область плоскости, определяемая границами $h_{\min}$ и $h_{\max}$, называется *асимптотической p -доверительной зоной* для «опорной» функции F_1 .

При равноправии функций распределения используется значение метрики и верхнее неравенство в формуле (20). Проверяем неравенство $|F_1(x) - F_2(x)| \leq t_p/41 = 1.36/41 = 0.033$. Из набора всех 17 оценок метрики Смирнова для полосы ± 0.033 вокруг одной из функций распределения в наборе рассчитанных значений метрики только *два случая не исключают однородности двух выборок* – это выборки полей прогноза на 50 и 60 минут.

5.7. Графическое сопоставление характеристик выборок двух источников

На рис. 5 представлены графики зависимости от заблаговременности следующих характеристик выборок в композитах и прогностических полях: количество объектов, медиана размеров, максимальный размер и средний размер объектов.

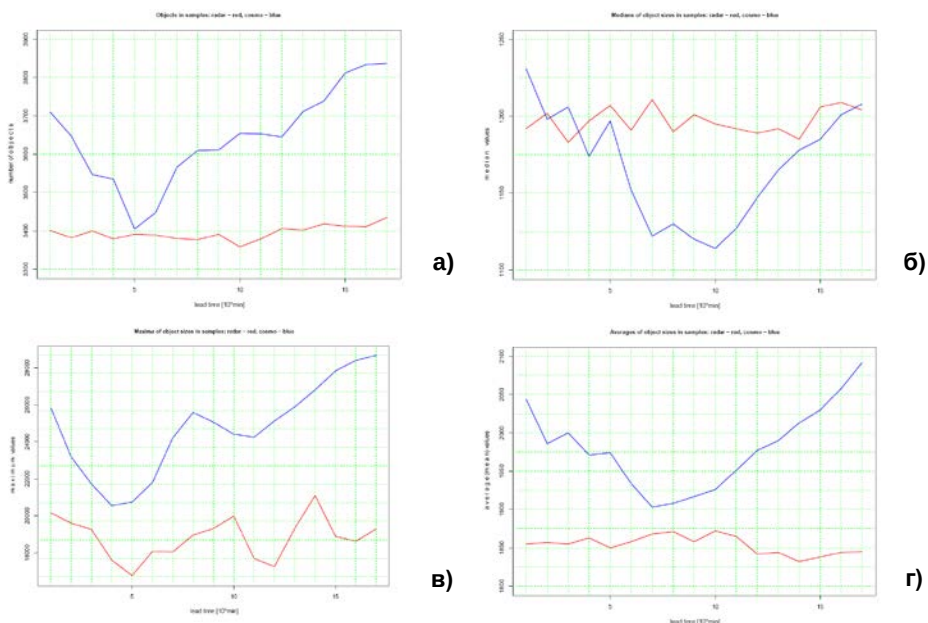


Рис. 5. Зависимость характеристик узких выборок размеров объектов от заблаговременности в композитах (красный цвет) и в прогностических полях (голубой цвет): количество объектов (а); медиана размеров (б); максимальный размер (в); средний размер (г).

Fig. 5. Dependence of object size characteristics in narrow samples on lead time for composites (red) and forecast fields (blue): number of objects (a); median size (б); maximum size (в); mean size (г).

Обсудим полученные графики рис. 5, представляющие собой интегральные оценки характеристик размеров объектов для композитов и полей прогнозов по теплому периоду 2025 года.

Уточним детали. Каждой из 17 заблаговременностей, указанной на горизонтальной оси, соответствуют два значения определенной характеристики выборки по вертикали: красным цветом – из объектов композитов, голубым – из объектов прогностических полей. Все четыре характеристики имеют свои особенности, из которых медианный (б) и максимальный (в) размеры объектов проанализированы выше в таблицах и графиках децилей, количество объектов (а) упоминается при описании полных объемов выборок, и лишь средний размер объектов (г) оставлен без комментариев. Графическое представление этих характеристик позволяет сделать

следующие выводы о диагностическом качестве прогнозов объектов по теплomu периоду 2025 года.

Во-первых, основным свойством выборок объектов в композитах является их относительная стационарность в таких характеристиках, как количество объектов, их медианные и средние размеры. Нарушение стационарности заметно лишь на графике для максимального размера, отчасти воспроизводимое кривой для прогностических объектов. Объяснить три пика на голубой кривой данного графика затруднительно, кроме возможной связи с суточным ходом и трехчасовым интервалом между стартами.

Во-вторых, приходится признать сильную зависимость от заблаговременности всех указанных характеристик прогностических объектов. Наиболее заметна U-образность всех кривых на прогностическом интервале: большое значение на старте, глубокая яма на 50–70 минутах и рост к концу. Вполне ожидаемо сходство кривых для медианного и среднего размера прогностических объектов.

Наконец, сопоставляя кривые для двух источников данных и предыдущие выводы о статистической значимости критерия Смирнова, можно сформулировать следующий общий вывод о качестве прогнозирования объектов. К интервалу прогнозирования примерно 60–100 мин осредненные характеристики объектов, такие как медианный и средний размеры, прогнозируются наилучшим образом. До этого интервала прогнозирования и после него оценки качества наследуют отмеченную U-образность.

Выводы

В теплый период 2025 г. (май–сентябрь) были накоплены архивы синхронизированных прогнозов осадков с помощью оперативных систем наукастинга и мезомасштабной модели COSMO-Ru2By на Европейской территории России. При этом в обеих системах использованы радиолокационные данные сети ДМРЛ-С: в наукастинге как начальные композиты интенсивности осадков, а в ЧПП как входные данные блока усвоения методом "подталкивания". Качество прогнозов осадков проверялось ранее раздельно для наукастинга и ЧПП с применением различных методов верификации, включая точечные и пространственные метрики. На данном этапе возникла возможность проверить качество мезопрогнозов с помощью радиолокационных композитов и с особым вниманием – прогноз *областей сплошных осадков*. Для таких целей в течение последних двух-трех десятков лет были разработаны методы объектно-ориентированной верификации, созданы соответствующие математические пакеты разной сложности и на различных языках программирования. В данной части описываются и обсуждаются расчетные функции пакетов MET и SpatialVx, решающие последовательно четыре основные задачи: идентификация объектов в полях, оценка их пространственных характеристик (атрибутов), спаривание объектов в парах полей и оценка качества прогноза атрибутов выделенных объектов.

Составление полных матриц показателей качества прогноза объектов с диагностической оценкой по квантилям распределений позволяет оценивать вероятности как "полезного прогноза" (например, по проценту попаданий), так и вероятности максимальных промахов или ложных тревог (по крайним децилям распределения). Ввиду обобщения оценок с помощью квантилей дается обзор важнейших теоретико-вероятностных и статистических особенностей выборочных квантилей, включая их асимптотические закономерности на больших выборках.

Большое внимание уделено формированию выборок пар синхронизированных полей для верификации, так как объем выборок является важнейшим параметром для оценки значимости и расчетов доверительных интервалов. Обсуждается формирование выборок в зависимости от такого минимально допустимого размера, который устраняет множество мелких объектов, но оставляет "значимые" объекты, заметные в масштабе домена верификации (~2000×2000 км). Дается обоснование порогового размера в 625 ячеек, при этом выборки делятся на два класса: *промежуточные* и *узкие* в зависимости от наличия значимых объектов хотя бы в одном поле или в обоих полях синхронизированной пары.

В первой части статьи с помощью параметрических и непараметрических статистик детально проанализированы особенности выборочных квантилей размеров объектов, а для финального анализа и сопоставления избраны узкие выборки.

Сформулируем результаты статистического анализа основного атрибута первой категории – размера объекта. Все функции плотности распределения размеров объектов (независимо от источника и от заблаговременности) относятся к классу L-образных кривых, ограниченных снизу, сильно скошенных, имеющих преобладающее множество малых значений и удовлетворительно описываемых в интервале "центральных квантилей" гамма-распределением или кривыми Пирсона типа III. Примененная к парам распределений для наблюдений и прогнозов метрика Смирнова сильно зависит от заблаговременности и статистически значимо выделяет близкие пары распределений размеров объектов к концу первого часа прогностического интервала: к началу и к концу этого интервала различие между распределениями растет, образуя отчетливый U-образный ход данной интегральной оценки качества.

Статья подготовлена с использованием УНУ «ИТК ГМП», код: 4071013.

Список литературы

1. Абдуллаев С.М. Жизненный цикл мезомасштабных конвективных систем: концепция, климатология и прогноз: Дисс. ... докт. геогр. наук. М., 2010. 408 с.
2. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. Изд. третье. М.: Наука, 1983. 416 с.
3. Брукс К., Карузерс Н. Применение статистических методов в метеорологии. Л.: Гидрометеоздат, 1963. 416 с.

4. Бундель А.Ю., Муравьев А.В., Ольховая Е.Д. Обзор методов пространственной верификации и их применение для ансамблевых прогнозов // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2021. № 4 (382). С. 30-49. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2021-4-30-49>
5. Вельтищев Н.Ф., Степаненко В.М. Мезометеорологические процессы. М.: Географический факультет МГУ, 2006. 100 с.
6. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965. 450 с.
7. Киктев Д.Б., Муравьев А.В., Бундель А.Ю. Методические рекомендации по верификации метеорологических прогнозов. М.: АМА ПРЕСС, 2021. 94 с.
8. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с. Cramer H. Mathematical methods of statistics. Stockholm, 1946. 600 p.
9. Муравьев А.В., Киктев Д.Б., Смирнов А.В. Оценка радиолокационного наукастинга полей осадков // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2023. № 3 (389). С. 6-58. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2023-3-6-58>
10. Муравьев А.В., Бундель А.Ю., Киктев Д.Б., Смирнов А.В. Верификация радиолокационного наукастинга областей осадков значительной площади с помощью обобщенного распределения Парето. Часть 1: элементы теории и методы оценки параметров // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2022. № 3 (385). С. 6-41. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2022-3-6-41>
11. Муравьев А.В., Бундель А.Ю., Киктев Д.Б., Смирнов А.В. Верификация радиолокационного наукастинга областей осадков значительной площади с помощью обобщенного распределения Парето. Часть 2: приложение к прогнозам в теплый и холодный периоды 2017–2018 гг. // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2022. № 3 (385). С. 42-77. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2022-3-42-77>
12. Муравьев А.В., Киктев Д.Б., Смирнов А.В. Оперативная технология наукастинга осадков на основе радарных данных и результаты верификации для теплого периода года (май-сентябрь 2017 г.) // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2018. № 1 (367). С. 6-38.
13. Пановский Г.А., Брайер Г.В. Статистические методы в метеорологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1972. 210 с.
14. РД 52.27.284–91. Методические указания. Проведение производственных (оперативных) испытаний новых и усовершенствованных методов гидрометеорологических и геофизических прогнозов. М.: Госгидромет СССР, 1991. 151 с.
15. Розинкина И.А., Ривин Г.С., Багров А.Н., Блинов Д.В. и др. Конфигурация COSMO-Ru2Bu модели COSMO: успешность и методология оценки численных прогнозов β и γ -мезомасштабных атмосферных процессов // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2023. № 2 (388). С. 6-34. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2023-2-6-34>
16. Сикан А.В. Методы статистической обработки гидрометеорологической информации. СПб.: Изд РГМУ, 2007. 278 с.
17. Смирнов Н.В. Предельные законы распределения для членов вариационного ряда // Труды МИАН. 1949. Вып. 25. С. 5-59 / В кн. Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Избранные труды. М.: Наука, 1970. С. 163-198.
18. Чибисов Д.М. О предельных распределениях для членов вариационного ряда // Теория вероятности и ее применения. 1964. Т. 9, вып. 1. С. 159-165.
19. Alferov D. and Coauthors. Intercomparison of Spatial Verification Methods for COSMO Terrain (INSPECT): Preliminary Results // EMS Annual Meeting Abstracts. Vol. 12. EMS2015-140. 2015. 15th EMS/12th ECAM.
20. Brown B. and Coauthors. The Model Evaluation Tools (MET): More than a Decade of Community-Supported Forecast Verification // Bull. Amer. Meteor. Soc. 2021. Vol. 102. E782-E807.
21. Bullock R., Fowler T., Brown B. Method for Object-Based Diagnostic Evaluation // NCAR Technical Note NCAR/TN-532+STR, 2016. 66 p.
22. Bullock R. Moments, Centroids and Axis Angles. 2006. https://dtcenter.org/sites/default/files/community-code/met/docs/write-ups/netcdf_point_obs_format_v1.1.pdf

23. *Bundel A. and Coauthors*. Spatial verification application in COSMO // ICCARUS 2018. Book of Abstracts Offenbach. February 26–28, 2018. P. 35.
24. *Bundel A. and Coauthors*. The COSMO Priority Project INSPECT. Final Report // COSMO Technical Report No. 37. January 2019. DOI: 10.5676/DWD pub/nwv/cosmo-tr37
25. *Bundel A., Muravyev A.* The contiguous rain area (CRA) method application for the MesoVICT cases in the framework of the COSMO INSPECT project. *Annalen der Meteorologie* 51 // 7th International Verification Methods Workshop, 03-11. May 2017, Berlin, Germany. Programme and Abstracts. P. 59.
26. *David H.A., Nagaradja H.N.* Order statistics: 3d ed. Wiley and Sons, 2003. 482 p.
27. *Davis C.A., B.G. Brown, Bullock R.G.* Object-based Verification of precipitation forecasts, Part I: Methodology and Application to mesoscale rain areas // *Mon. Wea. Rev.* 2006. Vol. 134. P. 1772-1784.
28. *Davis C.A., B.G. Brown, Bullock R.G.* Object-based Verification of precipitation forecasts, Part II: Application to convective rain systems // *Mon. Wea. Rev.* 2006. Vol. 134. P. 1785-1795.
29. Forecast verification in Atmospheric Science. A Practitioner's Guide: Second Ed. / I. Jolliffe, D. Stephenson (Eds.), John Wiley & Sons Ltd, 2012. 274 p.
30. *Gilleland E.* Comparing spatial fields with SpatialVx: Spatial forecast verification in R. 2022. <https://doi.org/10.5065/4px3-5a05>; <https://opensky.ucar.edu/islandora/object/manuscripts%3A1036>
31. *Gilleland E., Ahijevych D., Brown B.G., Casati B., Ebert E.E.* Intercomparison of Spatial Forecast Verification Methods // *Wea. Forecast.* 2009. Vol. 24, no. 5. P.1416-1430.
32. *Harrell F.E., Davis C.E.* A new distribution-free quantile estimator // *Biometrika*. 1982. Vol. 69. P. 635-640.
33. *Harrold M., J. Prestopnik, J. Opatz, et al.* The METplus Version 6.2.1. User's Guide. 2026. Developmental Testbed Center. <https://github.com/dtcenter/METplus/releases>.
34. R: The Beta Distribution. <https://search.r-project.org/R/refmans/stats/html/Beta.html>
35. R: The Binomial Distribution. <https://search.r-project.org/R/refmans/stats/html/Binomial.html>
36. R: Sample Quantiles. <https://search.r-project.org/R/refmans/stats/html/quantile.html>
37. CRAN: package boot. <https://cran.r-project.org/web/packages/boot>
38. CRAN: package Hmisc. <https://cran.r-project.org/web/packages/Hmisc/index.html>
39. CRAN: package SpatialVx. <https://cran.r-project.org/web/packages/SpatialVx>
40. User's Guide – METplus 6.2.1 documentation. https://metplus.readthedocs.io/en/latest/Users_Guide/index.html
41. User's Guide – MET 12.2.2 documentation. https://metplus.readthedocs.io/projects/met/en/latest/Users_Guide
42. *Hyndman R., Fan Y.* Sample Quantiles in Statistical Packages // *The American Statistician*. 1996. Vol. 50, no. 4. P. 361-365.
43. *Muravev A., Bundel A., Kiktev D., Bocharnikov N., Bazlova T.* On the spatial verification of FROST-2014 precipitation forecast fields // EMS Annual Meeting Abstracts. 2015. Vol. 12. EMS2015-154-2. 15th EMS / 12th ECAM.
44. *Murphy A.H., Brown B.G., Chen Y-S.* Diagnostic verification of temperature forecasts // *Wea. Forecasting*. 1989. Vol. 4. P. 485-501.
45. *Murphy A.H., Winkler R.L.* Diagnostic verification of probability forecasts // *Int. J. Forecasting*. 1992. Vol. 7. P. 435-455.
46. *Pulkkinen S., Nerini D., Hortal A., Velasco-Forero C., Seed A., Germann U., Foresti L.* Pysteps: an open-source Python library for probabilistic precipitation nowcasting (v1.0) // *Geosci. Model Dev.* 2019. Vol. 12. P. 4185-4219.
47. *Roberts N.M., Lean H.W.* Scale-selective Verification of rainfall accumulations from high-resolution forecasts of convective events // *Mon. Wea. Rev.* 2008. Vol. 136. P. 78-97.
48. *Soh H., L. Goodrich, B. Brown, R. Bullock, et al.* The MET Version 12.2.1 User's Guide. Developmental Testbed Center. 2026. <https://github.com/dtcenter/MET/releases>
49. *Wilks D.S.* Statistical methods in the atmospheric sciences: 4th Ed. Elsevier, 2019. 816 p.

50. Wolff J.K., Harrold M., Fowler T. et al. Beyond the Basics: Evaluating Model-Based Precipitation Forecasts Using Traditional, Spatial, and Object-Based Methods // Wea. Forecasting. 2014. Vol. 29. P. 1451-1472.

References

1. Abdullaev S.M. Zhiznennyj cikl mezomasshtabnyh konvektivnyh sistem: koncepciya, klimatologiya i prognoz: Diss. ... dokt. geogr. nauk. Moscow, 2010. 408 s. [in Russ.].
2. Bol'shev L.N., Smirnov N.V. Tablicy matematicheskoy statistiki. Izd. tret'e. Moscow: Nauka publ., 1983. 416 s. [in Russ.].
3. Brooks C.E., Carruthers N. Handbook of statistical methods in meteorology. London, 1953
4. Bundel A.Yu., Muraviev A.V., Olkhovaya E.D. Overview of spatial verification methods and their application to ensemble forecasting. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy [Hydrometeorological Research and Forecasting]*, 2021, vol. 382, no. 4, pp. 30-49. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2021-4-30-49> [in Russ.].
5. Vel'tishchev N.F., Stepanenko V.M. Mezometeorologicheskie processy. Moscow: Geograficheskij fakul'tet MGU, 2006. 100 s. [in Russ.].
6. Gumbel E. Statistics of extremes. NY-Columbia Uni. 1958, 371 p.
7. Kiktev D.B., Murav'ev A.V., Bundel' A.Yu. Metodicheskie rekomendatsii po verifikatsii meteorologicheskikh prognozov. Moscow, AMA PRESS publ., 2021, 94 p. [in Russ.].
8. Cramer H. Mathematical methods of statistics. Stockholm, 1946, 600 p.
9. Muravev A.V., Kiktev D.B., Smirnov A.V. Verification of the radar precipitation nowcasting. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy [Hydrometeorological Research and Forecasting]*, 2023, vol. 389, no. 3, pp. 6-58. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2023-3-6-58> [in Russ.].
10. Muravev A.V., Bundel A.Yu., Kiktev D.B., Smirnov A.V. Verification of radar precipitation nowcasting of significant areas using the generalized Pareto distribution. Part 1: Elements of theory and methods for estimating parameters. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy [Hydrometeorological Research and Forecasting]*, 2022, vol. 385, no. 3, pp. 6-41. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2022-3-6-41> [in Russ.].
11. Muravev A.V., Bundel A.Yu., Kiktev D.B., Smirnov A.V. Verification of radar precipitation nowcasting of significant areas using the generalized Pareto distribution. Part 2: Application to forecasts in warm and cold periods of 2017–2018. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy [Hydrometeorological Research and Forecasting]*, 2022, vol. 385, no. 3, pp. 42-77. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2022-3-42-77> [in Russ.].
12. Muravev A.V., Kiktev D.B., Smirnov A.V. Operational precipitation nowcasting system based on radar data and verification results for the warm period of the year (May–September 2017). *Trudy Gidromettsentra Rossii [Proceedings of the Hydrometcentre of Russia]*, 2018, vol. 367, no. 1, pp. 6-38 [in Russ.].
13. Panovskij G.A., Brajer G.V. Statisticheskie metody v meteorologii. Leningrad, Gidrometeoizdat publ., 1972, 210 s.
14. RD 52.27.284–91. Metodicheskie ukazaniya. Provedenie proizvodstvennykh (operativnykh) ispytaniy novykh i usovershenstvovannykh metodov gidrometeorologicheskikh i gelio-geofizicheskikh prognozov. Moscow, Gosgidromet SSSR publ., 1991, 151 p. [in Russ.].
15. Rozinkina I. A., Rivin G. S., Bagrov A.N., Blinov D.V. et al. The COSMO-Ru2By configuration of the COSMO model: skill and methodology for estimating of the forecasts of B- and y-mesoscale processes. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy [Hydrometeorological Research and Forecasting]*, 2023, vol. 388, no. 2, pp. 6-34 [in Russ.]. DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2023-2-6-34>
16. Sikan A.V. Metody statisticheskoy obrabotki gidrometeorologicheskoy informacii. Sankt-Peterburg, Izd. RGMU, 2007. 278 p. [in Russ.].
17. Smirnov N.V. Predel'nye zakony raspredeleniya dlya chlenov variatsionnogo ryada // Trudy MIAN. 1949. Vyp. 25. S. 5-59 / V kn. N.V. Smirnov. Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika. Izbrannye trudy. Moscow, Nauka publ., 1970, pp. 163-198 [in Russ.].

18. Chibisov D.M. O predel'nykh raspredeleniyakh dlya chlenov variatsionnogo ryada. *Teoriya veroyatnosti i ee primeneniya*, 1964, vol. 9, no. 1, pp. 159-165 [in Russ.].
19. Alferov D. and Coauthors. Intercomparison of Spatial Verification Methods for COSMO Terrain (INSPECT): Preliminary Results. *EMS Annual Meeting Abstracts*, vol. 12, EMS2015-140, 2015. 15th EMS/12th ECAM.
20. Brown B. and Coauthors. The Model Evaluation Tools (MET): More than a Decade of Community-Supported Forecast Verification. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 2021, vol. 102, E782-E807.
21. Bullock R., Fowler T., Brown B. Method for Object-Based Diagnostics Evaluation. NCAR Technical Note NCAR/TN-532+STR, 2016, 66 p.
22. Bullock R. Moments, Centroids and Axis Angles. 2006. https://dtcenter.org/sites/default/files/community-code/met/docs/write-ups/netcdf_point_obs_format_v1.1.pdf
23. Bundel A. and Coauthors. Spatial verification application in COSMO. *ICCATUS 2018. Book of Abstracts Offenbach*, February 26–28, 2018, pp. 35.
24. Bundel A. and Coauthors. The COSMO Priority Project INSPECT. Final Report. *COSMO Technical Report No. 37*, January 2019. DOI: 10.5676/DWD pub/nwv/cosmo-tr37
25. Bundel A., Muravyev A. The contiguous rain area (CRA) method application for the MesoVICT cases in the framework of the COSMO INSPECT project. *Annalen der Meteorologie* 51. *7th International Verification Methods Workshop*, 03-11 May 2017, Berlin, Germany. Programme and Abstracts, pp. 59.
26. David H.A., Nagaradja H.N. Order statistics: 3d ed. Wiley and Sons, 2003, 482 p.
27. Davis C.A., B.G. Brown, Bullock R.G. Object-based Verification of precipitation forecasts, Part I: Methodology and Application to mesoscale rain areas. *Mon. Wea. Rev.*, 2006, vol. 134, pp. 1772-1784.
28. Davis C.A., B.G. Brown, Bullock R.G. Object-based Verification of precipitation forecasts, Part II: Application to convective rain systems. *Mon. Wea. Rev.*, 2006, vol. 134, pp. 1785-1795.
29. Forecast verification in Atmospheric Science. A Practitioner's Guide: Second Ed. / I. Jolliffe, D. Stephenson (Eds.), John Wiley & Sons Ltd, 2012, 274 p.
30. Gilleland E. Comparing spatial fields with SpatialVx: Spatial forecast verification in R. 2022. <https://doi.org/10.5065/4px3-5a05>; <https://opensky.ucar.edu/islandora/object/manuscripts%3A1036>
31. Gilleland E., Ahijevych D., Brown B.G., Casati B., Ebert E.E. Intercomparison of Spatial Forecast Verification Methods. *Wea. Forecast.*, 2009, vol. 24, no. 5, P.1416-1430.
32. Harrell F.E., Davis C.E. A new distribution-free quantile estimator. *Biometrika*, 1982, vol. 69, pp. 635-640.
33. Harrold M., J. Prestopnik, J. Opatz, et al. The METplus Version 6.2.1. User's Guide. 2026. Developmental Testbed Center. <https://github.com/dtcenter/METplus/releases>.
34. R: The Beta Distribution. <https://search.r-project.org/R/refmans/stats/html/Beta.html>
35. R: The Binomial Distribution. <https://search.r-project.org/R/refmans/stats/html/Binomial.html>
36. R: Sample Quantiles. <https://search.r-project.org/R/refmans/stats/html/quantile.html>
37. CRAN: package boot. <https://cran.r-project.org/web/packages/boot>
38. CRAN: package Hmisc. <https://cran.r-project.org/web/packages/Hmisc/index.html>
39. CRAN: package SpatialVx. <https://cran.r-project.org/web/packages/SpatialVx>
40. User's Guide – METplus 6.2.1 documentation. https://metplus.readthedocs.io/en/latest/Users_Guide/index.html
41. User's Guide – MET 12.2.2 documentation. https://metplus.readthedocs.io/projects/met/en/latest/Users_Guide
42. Hyndman R., Fan Y. Sample Quantiles in Statistical Packages. *The American Statistician*, 1996, vol. 50, no. 4, pp. 361-365.
43. Muravev A., Bundel A., Kiktev D., Bocharnikov N., Bazlova T. On the spatial verification of FROST-2014 precipitation forecast fields. *EMS Annual Meeting Abstracts*, 2015, vol. 12, EMS2015-154-2. 15th EMS/12th ECAM.

44. Murphy A.H., Brown B.G., Chen Y-S. Diagnostic verification of temperature forecasts. *Wea. Forecasting*, 1989, vol. 4, pp. 485-501.
45. Murphy A.H., Winkler R.L. Diagnostic verification of probability forecasts. *Int. J. Forecasting*, 1992, vol. 7, pp. 435-455.
46. Pulkkinen S., Nerini D., Hortal A., Velasco-Forero C., Seed A., Germann U., Foresti L. Pysteps: an open-source Python library for probabilistic precipitation nowcasting (v1.0). *Geosci. Model Dev.*, 2019, vol. 12, pp. 4185-4219.
47. Roberts N.M., Lean H.W. Scale-selective Verification of rainfall accumulations from high-resolution forecasts of convective events. *Mon. Wea. Rev.*, 2008, vol. 136, pp. 78-97.
48. Soh H., L. Goodrich, B. Brown, R. Bullock, et al. The MET Version 12.2.1 User's Guide. Developmental Testbed Center, 2026. <https://github.com/dtcenter/MET/releases>
49. Wilks D.S. Statistical methods in the atmospheric sciences: 4th Ed. Elsevier, 2019, 816 p.
50. Wolff J.K., Harrold M., Fowler T. et al. Beyond the Basics: Evaluating Model-Based Precipitation Forecasts Using Traditional, Spatial, and Object-Based Methods. *Wea. Forecasting*, 2014, vol. 29, pp. 1451-1472.

*Поступила 04.09.2026; принята в печать 22.10.2026.
Submitted 04.09.2026; accepted for publication 22.10.2026.*