

DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2026-2-106-118>

УДК 551.466.3

## Ширина спектров поверхностных волн в Черном море

*А.С. Запезалов*

*Морской гидрофизический институт РАН, г. Севастополь, Россия  
sevzepter@mail.ru*

Анализируется изменчивость ширины частотного спектра возвышений морской поверхности. Анализ проводится на основе данных прямых волновых измерений, проведенных на стационарной океанографической платформе, установленной в Черном море. Ширина спектра  $\nu_L$  определялась по отклонению частоты от ее среднего значения и рассчитывалась как безразмерная комбинация первых трех спектральных моментов. Показано, что нижний предел диапазона, в котором меняется ширина спектра, равен 0.4, верхний предел равен 1.0. Медиана распределения  $\nu_L$ , построенного по данным измерений во всех ситуациях, равна 0.6. Ширина  $\nu_L$  зависит от значительной высоты волн, коэффициент корреляции между этими параметрами равен -0.56.

*Ключевые слова:* морская поверхность, волны, волновой спектр, ширина спектра, Черное море

## Spectral bandwidth of surface waves in the Black Sea

*A.S. Zapevalov*

*Marine Hydrophysical Institute Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia  
sevzepter@mail.ru*

The variability of the bandwidth of the frequency spectrum of sea surface elevations is analyzed. The analysis is based on direct wave measurements performed at a stationary oceanographic platform in the Black Sea. The spectral bandwidth  $\nu_L$  was determined by the deviation of the frequency from its mean value and was calculated as a dimensionless combination of the first three spectral moments. It is shown that the lower limit of the range over which the spectral bandwidth varies is 0.4, and the upper limit is 1.0. The median of the distribution  $\nu_L$  constructed from measurement data in all situations is equal to 0.6. The bandwidth  $\nu_L$  depends on the significant wave height, the correlation coefficient between these parameters is -0.56.

*Keywords:* sea surface, waves, wave spectrum, spectral bandwidth, Black Sea

### Введение

В настоящее время большое внимание уделяется исследованию изменчивости спектров поверхностных волн в Черном и Азовском морях [8, 10, 30]. Прогноз и реанализ поля поверхностных волн осуществляется с помощью спектральных моделей, основанных на решении уравнения баланса волновой энергии или волнового действия в спектральной форме [3, 11].

Корректное описание волновых спектров является необходимым условием для получения достоверных прогнозов [7].

Одним из основных параметров, характеризующих поле морских поверхностных волн, является ширина волнового спектра  $\nu$ . Фазовая скорость поверхностных волн зависит от их частоты, и параметр  $\nu$  определяет роль дисперсии гравитационных волн в разных физических процессах [25]. Он влияет на вид совместного распределения высот и периодов волн [17, 27]. Баланс между нелинейностью и дисперсией определяет модуляционную неустойчивость волны Стокса (неустойчивость Бенджамина – Фейра) и формирование групповой структуры [18]. Согласно преобладающей в настоящее время гипотезе, модуляционная неустойчивость определяет вероятность появления аномально высоких волн [19, 26, 34, 36]. В инженерных приложениях ширину волнового спектра необходимо учитывать при расчете воздействия волн на суда и гидротехнические сооружения.

Дисперсионные свойства гравитационных волн оказывают существенное влияние на ширину волнового спектра. После прекращения действия ветра или когда его скорость становится ниже фазовой скорости доминантных волн, ветровые волны трансформируются в зыбь. Зыбь распространяется практически без взаимодействия между своими компонентами, и поскольку более длинные волны распространяются быстрее, чем более короткие, то по мере удаления волн от области генерации частотный спектр зыби становится более узкополосным, при этом частота спектрального пика смещается в область низких частот [23]. Расстояние, которое может пройти зыбь, в частности, зависит от конфигурации и размеров бассейна. В океане типичные значения ширины спектра зыби лежат в диапазоне 0.05–0.15, нижняя граница ширины спектра ветровых волн находится вблизи уровня 0.35 [22]. Можно предположить, что во внутренних морях, где условия образования и эволюции поля поверхностных волн отличны от условий в океане, диапазоны изменения ширины спектра будут отличаться.

Предположение об узкополосности волнового спектра является распространенным допущением при построении моделей, описывающих разные свойства морских поверхностных волн [9, 21, 32], что указывает на необходимость исследований фактической изменчивости ширины волнового спектра в морских условиях. Целью настоящей работы является анализ на основе данных прямых волновых измерений изменчивости ширины волнового спектра во внутреннем море.

### Определение ширины спектра

Существует несколько определений ширины волнового спектра [12, 20, 29, 31]. В работе [12] ширина спектра определена как безразмерная комбинация нулевого, второго и четвертого спектральных моментов:

$$\nu_C = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}, \quad (1)$$

где  $m_n$  – спектральные моменты, которые заданы как

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n S(f) df, \quad (2)$$

где нижний индекс  $n$  указывает порядок спектрального момента;  $f$  – частота;  $S(f)$  – волновой спектр. Четвертый спектральный момент критически зависит от поведения спектра на высоких частотах и от высокочастотного среза. Для теоретических спектров с бесконечным четвертым моментом  $\nu_C = 1$  значения  $\nu_C < 1$  получают при конечном диапазоне частот, в котором строится спектр  $S(f)$  [29].

Определение ширины спектра как отклонения частоты от ее среднего значения  $\mu_2$  в зависимости от самого среднего значения  $f_m$  было предложено в работе [20]:

$$\nu_L = \sqrt{\mu_2 / (f_m^2 m_0)}, \quad (3)$$

где параметры  $\mu_2$  и  $f_m$  заданы выражениями

$$\mu_2 = \int_0^{\infty} (f - f_m)^2 S(f) df, \quad (4)$$

$$f_m = m_1 / m_0. \quad (5)$$

Не сложно показать, что  $\mu_2 = m_2 - m_1^2 / m_0$ . В окончательном виде выражение для ширины спектра в терминах спектральных моментов можно представить в форме

$$\nu_L = \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1}. \quad (6)$$

Согласно [22], спектр считается узкополосным, если выполняется условие  $\nu_L^2 \ll 1$ .

Отметим, что в качестве характерного частотного масштаба вместо частоты  $f_m$  иногда используется частота пика волнового спектра  $f_p$  [31]. Как и  $f_m$ , параметр  $f_p$  является случайной величиной. Исследование достоверных оценок спектральных параметров показало, что при анализе данных волновых измерений использование  $f_m$  является предпочтительнее, чем использование  $f_p$  [35].

Существует еще одно определение ширины волнового спектра [31]. В соответствии с этим определением ширина рассчитывается непосредственно по спектру:

$$v_s = \Delta f_{0.5} / (2f_p), \quad (7)$$

где  $\Delta f_{0.5}$  – ширина спектра  $S(f)$  на уровне 0.5 от его максимального значения.

В настоящей работе анализ изменчивости ширины волнового спектра проводится на основе ее определения в форме (6).

### Волновые измерения и обработка данных

Для анализа изменчивости волновых спектров использовались данные измерений, полученные на стационарной океанографической платформе Морского гидрофизического института РАН. Платформа установлена в Черном море около южного берега Крыма, глубина в том месте, где установлена платформа, 28 м. В настоящей работе используются данные измерений, проводившихся в разные годы: осенью 2001 г., летом и осенью 2005 и 2006 гг., зимой 2018 г., а также данные, полученные во время экстремального шторма 25–26 ноября 2023 года [1, 4–6].

Волновые измерения осуществлялись с помощью струнных волнографов. Использовались два типа датчиков: вертикально натянутая струна, пересекающая границу вода-воздух [5], и струна, навитая с постоянным шагом на несущий кабель-трос [13]. В первом случае частота опроса равнялась 20 Гц, во втором – 4 Гц.

Как правило, статистические волновые характеристики рассчитываются по волнограммам длительностью 20–30 минут. Можно считать, что на этом временном интервале волнение является стационарным процессом [14, 16, 17]. Полученные в измерениях на стационарной океанографической платформе волнограммы разбивались на фрагменты длительностью 20 мин., для каждого из которых рассчитывались статистические и спектральные характеристики.

Расчет волновых спектров осуществлялся с помощью классической процедуры, в рамках которой спектр определен как преобразование Фурье корреляционной функции [2]. Для сглаживания корреляционных функций использовалось окно Тьюки, которое во временной области имеет вид

$$w_T(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi \tau}{M} \right) & \text{при } |\tau| \leq M, \\ 0 & \text{при } |\tau| > M \end{cases}, \quad (8)$$

где  $\tau$  – сдвиг;  $M$  – длина корреляционной функции.

### Численное моделирование

На модельных примерах рассмотрим, в каких пределах меняется ширина волновых спектров. Для этого воспользуемся известными спектральными моделями. Спектр Пирсона – Московитца [28], который описывает полностью развитое поле ветровых волн, можно представить в виде:

$$S_{PM}(f) = A f^{-5} \exp\left(-\frac{5}{4}\left(\frac{U_{19.5} f}{g}\right)^4\right), \quad (9)$$

где  $A$  – масштабирующий множитель;  $U_{19.5}$  – скорость ветра на высоте 19.5 м;  $g$  – гравитационное ускорение. Пересчитать скорость ветра на стандартный горизонт 10 м можно с помощью соотношения  $U_{19.5} \approx 1.26 U_{10}$  [33].

Спектр JONSWAP описывает поле поверхностных волн, генерируемых ветром при ограниченной длине разгона. Он построен на основе данных прямых волновых измерений, полученных в Северном море в ходе реализации международного проекта Joint North Sea Wave Project, и в настоящее время широко используется в фундаментальных исследованиях и инженерных приложениях. Спектр JONSWAP отличается от  $S_{PM}(f)$  множителем, меняющим его форму в окрестности спектрального пика [15]:

$$S_J(f) = A_J f^{-5} \exp\left\{-\frac{5}{4}\left(\frac{f_p}{f}\right)^4\right\} \gamma^\Phi, \quad (10)$$

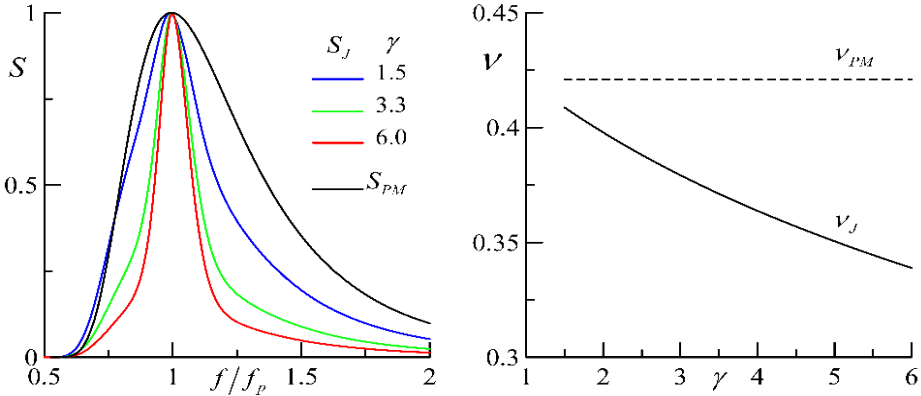
где  $\gamma$  – безразмерный параметр,  $\Phi = \exp\left(-\frac{(f - f_p)^2}{2\nu^2 f_p^2}\right)$ ;  $\nu = 0.07$  при  $f \leq f_p$ ;  $\nu = 0.09$  при  $f > f_p$ . Значения  $\gamma$  в основном лежат в пределах 1.5~6 при средней величине 3.3. При  $\gamma$  стремящемся к единице спектр  $S_J(f)$  приближается к спектру  $S_{PM}(f)$ .

Изменения формы спектра JONSWAP при разных значениях  $\gamma$  показаны на левом фрагменте рис. 1. Для сопоставления при построении графиков каждый спектр нормировался на свое максимальное значение и строился в зависимости от безразмерной частоты  $f/f_p$ . После нормирования на максимальное значение форма спектра Пирсона – Московитца описывается универсальной функцией, которая не зависит от скорости ветра, соответственно, его ширина  $\nu_{PM}$  также от скорости ветра не зависит. Изменения ширины спектра JONSWAP  $\nu_J$  при изменении параметра  $\gamma$  показаны на правом фрагменте рис. 1, там же показана ширина спектра Пирсона – Московитца  $\nu_{PM}$ , которая является константой.

### Анализ данных измерений

По данным измерений в Черном море нижняя граница диапазона изменения ширины волнового спектра  $\nu_{\min}$  равняется 0.4, медиана распределения равна 0.6. Эти оценки получены в разных гидрометеорологических

условиях, без какой-либо фильтрации, и их можно считать средними по ансамблю ситуаций.



**Рис. 1.** Нормированные волновые спектры  $S_J(f, \gamma)$  и  $S_{PM}(f)$ , и их ширина  $\nu_J$  и  $\nu_{PM}$ .

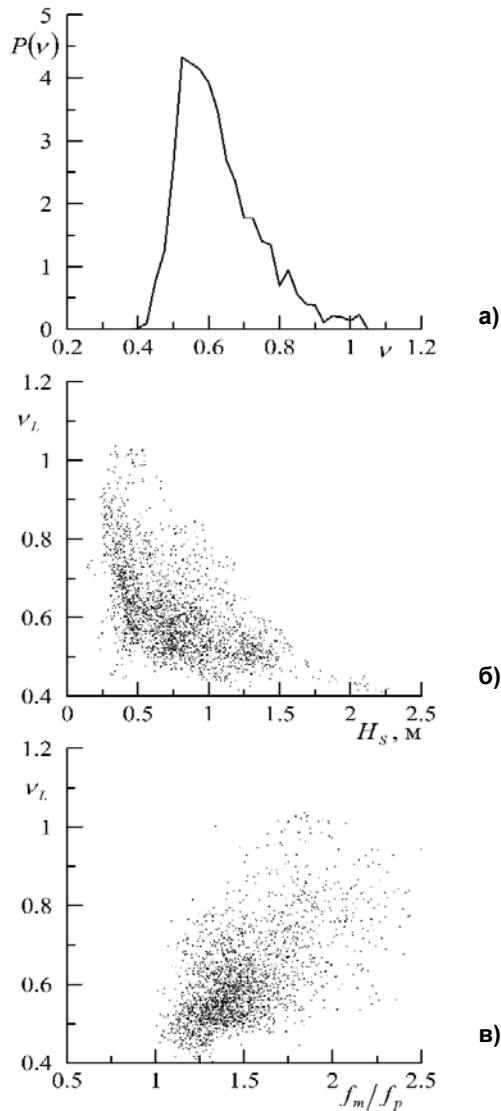
**Fig. 1.** Normalized wave spectra  $S_J(f, \gamma)$  and  $S_{PM}(f)$ , and their bandwidth  $\nu_J$  and  $\nu_{PM}$ .

Эмпирическая функция плотности вероятностей  $P(\nu)$ , определенная как гистограмма, нормированная на длину выборки и ширину интервала, представлена на рис. 2а. Длина выборки составила 2081 точку, ширина интервала выбрана равной 0.25. При сравнении рис. 2а и рис. 1 видно, что значение  $\nu_{\min}$  ниже  $\nu_{PM}$ .

Проанализируем, как меняются значения  $\nu_L$  в разных ситуациях. Периоды и высоты не являются статистически независимыми [24], поэтому представляется целесообразным рассмотреть зависимость  $\nu_L = \nu_L(H_s)$ , она представлена на рис. 2б. С ростом  $H_s$  значения  $\nu_L$  в среднем убывают. Коэффициент корреляции между параметрами  $\nu_L$  и  $H_s$  равен -0.56.

В период проведения измерений часто наблюдались ситуации, в которых на морской поверхности присутствовали две системы волн. В подобных ситуациях волновой спектр не обладает свойством автомодельности [37] и отношение  $f_m/f_p$  должно измениться. С ростом  $f_m/f_p$  значение  $\nu_L$  также должно расти, что, как показано на рис. 2в, и происходит. Между параметрами  $\nu_L$  и  $f_m/f_p$  существует статистическая связь, коэффициент корреляции между ними равен 0.57.

В инженерных приложениях особенно актуальны волновые характеристики, полученные в экстремальных условиях, когда волны оказывают наибольшее воздействие на суда, прибрежные сооружения и пляжи.

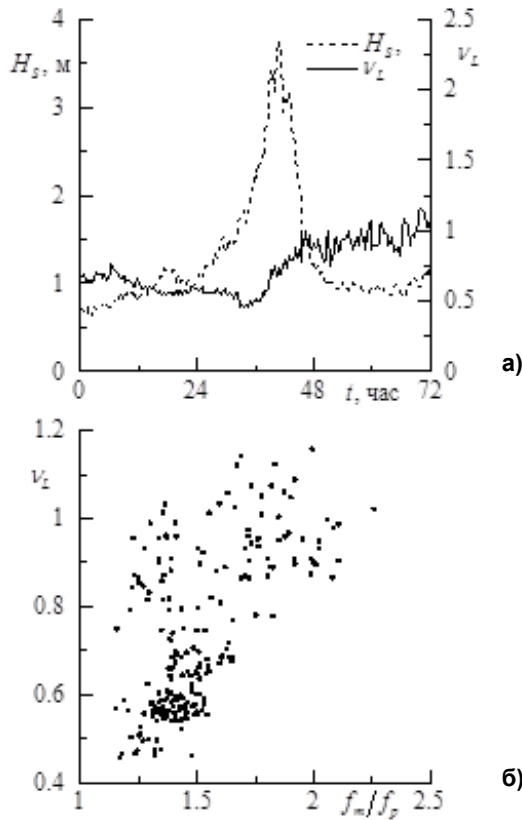


**Рис. 2.** Изменения ширины волнового спектра: функция плотности вероятностей  $P(v_L)$  (а); зависимость  $v_L$  от  $H_S$  (б); зависимость  $v_L$  от отношения  $f_m/f_p$  (в).

**Fig. 2.** Changes in the width of the wave spectrum: probability density function  $P(v_L)$  (а); dependence  $v_L$  on  $H_S$  (б); dependence  $v_L$  on the ratio  $f_m/f_p$  (в).

Для анализа воспользуемся данными волновых измерений, полученными на стационарной океанографической платформе во время черноморского экстремального шторма 25–26 ноября 2023 года [1].

Изменения  $v_L$  в период шторма показаны на рис. 3а. Значение  $t = 0$  соответствует моменту времени 00 ч ВСВ 25 ноября 2023 г. На стадии развития шторма, когда происходит рост высоты волн, ширина спектра уменьшается. Следует отметить, что уменьшение  $v_L$  прекращается раньше, чем значительная высота достигает максимального значения. На стадии, когда  $H_s$  уменьшается,  $v_L$  растет. Когда значения  $H_s$  опустились ниже уровня 1.5 м, а значения  $v_L$  приблизились к единице, на морской поверхности наблюдались две системы волн.



**Рис. 3.** Характеристики поверхностных волн во время шторма 25–26 ноября 2023 г: изменение во времени ширины спектра  $v_L$  и значительной высоты волн  $H_s$  (а); зависимость  $v_L$  от отношения  $f_m/f_p$  (б).

**Fig. 3.** Characteristics of surface waves during the storm on November 25–26, 2023: time variation of the spectrum bandwidth  $v_L$  and significant wave height  $H_s$  (a); dependence  $v_L$  on the ratio  $f_m/f_p$  (б).

В период шторма минимальное значение  $v_{\min}$  оказалось равным 0.4, медиана распределения была равна 0.6. Указанные значения  $v_{\min}$  и медианы распределения совпадают со значениями этих параметров, полученными для всего ансамбля наблюдаемых ситуаций. Коэффициент корреляции между  $v_L$  и  $H_s$  равен -0.58.

Зависимость  $v_L$  от  $f_m/f_p$ , приведенная на рис. 3б, показывает, что с ростом  $f_m/f_p$  значения  $v_L$  в среднем растут. Коэффициент корреляции между этими параметрами равен 0.58.

### Заключение

Ширина спектра играет важную роль при описании поля поверхностных волн и моделировании его характеристик, что определяет необходимость получения детальной информации о характере и пределах ее фактических изменений в морских условиях. В настоящей работе ширина спектра анализируется на основе данных волновых измерений, проведенных в Черном море. Существует несколько определений ширины волнового спектра. В настоящей работе для расчетов ширины спектра  $v_L$  использовалось выражение (6), определяющее ее как безразмерную комбинацию первых трех спектральных моментов.

По ансамблю ситуаций построено статистическое распределение ширины спектра поверхностных волн в Черном море. Определен диапазон, в котором меняется параметр  $v_L$ , нижняя и верхняя границы этого диапазона, соответственно, равны 0.4 и 1.0. Медиана статистического распределения  $v_L$  равна 0.6. Показано, что с ростом значительной высоты волн  $H_s$  ширина волнового спектра уменьшается, коэффициент корреляции между  $v_L$  и  $H_s$  равен -0.58. Полученные результаты могут быть использованы в задачах моделирования, прогноза и классификации морских волн.

Работа выполнена в Морском гидрофизическом институте РАН в рамках государственного задания по теме FNNN-2024-0012 «Анализ, диагноз и оперативный прогноз состояния гидрофизических и гидрохимических полей морских акваторий на основе математического моделирования с использованием данных дистанционных и контактных методов измерений».

The work was carried out at the Marine Hydrophysical Institute of the Russian Academy of Sciences within the framework of a state assignment on the topic: FNNN-2024-0012 "Analysis, diagnosis and real-time forecast of the state of hydrophysical and hydrochemical fields of marine water areas based on mathematical modelling using data from remote and in situ methods of measurements".

## Список литературы

1. Гармашов А.В., Запелалов А.С. Групповая структура волн во время черноморского шторма 25–26 ноября 2023 г. // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2025. № 3 (397). С. 121-131. <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2025-3-121-131>
2. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Т. 1. М.: Мир, 1971. 316 с. Jenkins G.M, Watts D.G. Spectral analysis and its applications. Vol. 1. San Francisco, Holden-Day, 1966. 554 p.
3. Дивинский Б. В., Косьян Р. Д. Климатические тенденции в волновом энергетическом потенциале Черного и Азовского морей по результатам численного моделирования // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2016. Вып. 1. С. 15–22.
4. Запелалов А.С., Гармашов А.В. Соотношение глубины впадины и высоты гребня поверхностных волн в прибрежной зоне Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2024. Т. 40, № 1. С. 78–86.
5. Запелалов А.С., Большаков А.Н., Смолов В.Е. Исследование уклонов морской поверхности с помощью массива волнографических датчиков // Океанология. 2009. Т. 49, № 1. С. 37-44.
6. Запелалов А.С., Большаков А.Н., Смолов В.Е. Исследования уровня когерентности морских поверхностных волн // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40, № 4. С. 545-549.
7. Михайличенко С.Ю., Гармашов А.В., Фомин В.В. Верификация модели ветрового волнения SWAN по наблюдениям на стационарной океанографической платформе Черноморского гидрофизического полигона РАН // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2016. Вып. 2. С. 52-57.
8. Рыбалко А.Д., Мысленков С.А., Архипкин В.С. Использование классификации для анализа сезонной изменчивости спектров ветрового волнения в Черном и Азовском морях // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2024. № 1 (391). С. 24-40. DOI: 10.37162/2618-9631-2024-1-24-40
9. Слюняев А.В. Анализ нелинейного спектра интенсивного морского волнения с целью прогноза экстремальных волн // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 1. С. 1–23.
10. Amarouche K., Akpinar A. Long-term characterization of directional wave spectra in the Black Sea and the Sea of Azov // Applied Ocean Research. 2023. Vol. 141. P. 103783. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2023.103783>
11. Ardhuin F., Magne R., Filipot J-F., Van der Westhuyzen A., Roland A., Quefoulou P., Lefevre J.M., Aouf L., Babanin A., Collard F. Semiempirical dissipation source functions for wind-wave models: Part I, definition, calibration and validation at global scales // J. Phys. Oceanogr. 2010. Vol. 40. P. 1917-1941. DOI: 10.1175/2010jpo4324.1
12. Cartwright D.E., Longuet-Higgins M.S. The statistical distribution of the maxima of a random function // Proc. R. Soc. London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 1956. Vol. 237, is. 1209. P. 212-232. DOI: 10.1098/rspa.1956.0173
13. Garmashov A., Toloknov Y., Korovushkin A. Hydrometeorological monitoring on the stationary oceanographic platform in the Black Sea // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. 2019. Vol. 19, no. 3.1. P. 259-264. DOI: 10.5593/sgem2019/3.1/S12.034
14. Goda Y. Random seas and design of maritime structures // Advanced Series on Ocean Engineering. Vol. 15. World Scientific Publishing, 2010. 732 p.
15. Hasselmann K., Barnett T.P., Bouws E., Carlson H., Cartwright D.E., Enke K., Ewing J.A., Gienapp H., Hasselmann D.E., Kruseman P., Meerburg A., Miller P., Olbers D.J., Richter K., Sell W., Walden H. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP) // Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe, 1973. A(8) (Nr. 12). P. 1-95.
16. Holthuijsen L.H. Waves in oceanic and coastal waters. Cambridge University Press, 2007. 387 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511618536>
17. James J.P., Panchang V. Assessment of joint distributions of wave heights and periods // Ocean Engineering. 2024. Vol. 313. P. 119501. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2024.119501>

18. *Janssen P.A.E.M.* Nonlinear four-wave interactions and freak waves // *J. Phys. Oceanogr.* 2003. Vol. 33 (4). P. 863-884.
19. *Li J., Yang J., Liu S., Ji X.* Wave groupiness analysis of the process of 2D freak wave generation in random wave trains // *Ocean Eng.* 2015. Vol. 104. P. 480-488.
20. *Longuet-Higgins M.S.* On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves // *J. Geophys. Res.* 1975. Vol. 80, no. C18. P. 2688-2694.
21. *Longuet-Higgins M.S.* The statistical analysis of a random, moving surface // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.* 1957. Vol. 249 (966). P. 321-387.
22. *Longuet-Higgins M.S.* Statistical properties of wave groups in a random sea state // *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A.* 1984. Vol. 312 (1521). P. 219-250. DOI: 10.1098/rsta.1984.0061
23. *Lucas C., Guedes Soares G.* On the modelling of swell spectra // *Ocean Engineering.* 2015. Vol. 108. P. 749-759. DOI:10.1016/j.oceaneng.2015.08.017
24. *Memos C.D., Joint R.T.* Distribution of wave heights and periods in waters of any depth // *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering.* 2000. Vol. 126, no. 3. P. 162-172. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-950X(2000)126:3(162)
25. *Mori N., Janssen P.A.E.M.* On kurtosis and occurrence probability of freak waves // *J. Physical Oceanography.* 2006. Vol. 36, no. 7. P. 1471-1483.
26. *Mori N., Onorato M., Janssen P.A.E.M., Osborne A. R., Serio M.* On the extreme statistics of long-crested deep water waves: Theory and experiments // *J. Geophys. Res.* 2007. Vol. 112 (C9). DOI: 10.1029/2006jc004024
27. *Myrhaug D., Wang H., Holmedal L.E., Li H.* Revisiting statistical properties of surf parameter with characteristic wave parameters for single random waves including spectral bandwidth effects // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part M: J. of Engineering for the Maritime Environment.* 2021. Vol. 236, no. 1.147509022110353. DOI: 10.1177/14750902211035364
28. *Pierson W.I., Moskowitz L.* A prosed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity method of S.A. Kitaigorodskii // *J. Geophys. Res.* 1964. Vol. 69, no. 24. P. 5181-5190.
29. *Rodriguez G.R., Royo F.R., Pacheco M., Martinez A.* On the joint of wave heights and periods: The role of the spectral bandwidth // *J. Offshore Mech. Arct. Eng.* 1999. Vol. 121. P. 187-193.
30. *Rybalko A., Myslenkov S.A., Badulin S.I.* Wave Buoy Measurements at Short Fetches in the Black Sea Nearshore: Mixed Sea and Energy Fluxes // *Water.* 2023. Vol. 15, no. 10. P. 1834. <https://doi.org/10.3390/w15101834>
31. *Serio M., Onorato M., Osborne A.R., Janssen P.A.E.M.* On the computation of the Benjamin-Feir Index // *Nuovo Cimento.* 2005. Vol. 28. P. 893-903.
32. *Stansell P.* Distributions of freak wave heights measured in the North Sea // *Applied Ocean Research.* 2004. Vol. 26. P. 35-48.
33. *Stewart P.H.* Introduction to physical oceanography. Department of Oceanography, Texas A&M University, 2008. 353 p.
34. *Wang L., Zhou B., Jin P., Li J., Liu S., Ducrozet G.* Relation between occurrence probability of freak waves and kurtosis/skewness in unidirectional wave trains under single-peak spectra // *Ocean Engineering.* 2022. Vol. 248. P. 110813. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2022.110813
35. *Young I.R.* The determination of confidence limits associated with estimates of the spectral peak frequency // *Ocean Engineering.* 1995. Vol. 22, no. 7. P. 669-686.
36. *Zakharov V.E., Dyachenko A.I., Prokofiev A.O.* Freak waves as nonlinear stage of Stokes wave modulation instability // *European Journal of Mechanics - B/Fluids.* 2006. Vol. 25, no. 5. P. 677-692. DOI:10.1016/j.euromechflu.2006.03.004
37. *Zakharov V.E., Badulin S.I., Geogjaev V.V., Pushkarev A.N.* Weak-turbulent theory of wind-driven sea. // *Earth and Space Science.* 2019. Vol. 6, is. 4. P. 1-17 <https://doi.org/10.1029/2018EA000471>

## References

1. Garmashov A.V., Zapevalov A.S. Group structure of waves during the Black Sea storm on November 25-26, 2023. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy [Hydrometeorological Research and Forecasting]*, 2025, vol. 397, no. 3, pp. 121-131. <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2025-3-121-131> [in Russ.].
2. Jenkins G.M., Watts D.G. Spectral analysis and its applications. Vol. 1. San Francisco, Holden-Day, 1966. 554 p.
3. Divinsky B.V., Kos'yan R.D. The Black Sea and Sea of Azov wave regime: results of numerical simulation. *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon morya [Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea]*, 2016, vol. 1, pp. 15-22 [in Russ.].
4. Zapevalov A.S., Garmashov A.V. Ratio between trough and crest of surface waves in the coastal zone of the Black Sea. *Physical Oceanography*, 2024, Vol. 31, no. 1, pp. 71-78.
5. Zapevalov A.S., Bol'shakov A.N., Smolov V.E. Studying the sea surface slopes using an array of wave gauge sensors. *Oceanology*, 2009, vol. 49, no 1, pp. 31-38. DOI: 10.1134/S0001437009010044
6. Zapevalov A.S., Bol'shakov A.N., Smolov V.E. Studies of the coherence level of sea surface waves. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2004, vol. 40, no. 4, pp. 483-487.
7. Mikhailichenko S.Yu., Garmashov A.V., Fomin V.V. Verification of the SWAN Wind Waves Model by Observations on the Stationary Oceanographic Platform of the Black Sea Hydro-physical Polygon of RAS. *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon morya [Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea]*, 2016, vol. 2, pp. 52-57 [in Russ.].
8. Rybalko A.D., Myslenkov S.A., Arkhipkin V.S. Using classification to analyze seasonal variability of wind wave spectra in the Black and Azov Seas. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy [Hydrometeorological Research and Forecasting]*, 2024, vol. 391, no. 1, pp. 24-40. <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2024-1-24-40> [in Russ.].
9. Slunyaev A.V. Analysis of the nonlinear spectrum of intense sea wave with the purpose of extreme wave prediction. *Radiophys. Quantum Electronics*, 2018, vol. 61, pp. 1-21. <https://doi.org/10.1007/s11141-018-9865-8>
10. Amarouche K., Akpinar A. Long-term characterization of directional wave spectra in the Black Sea and the Sea of Azov. *Applied Ocean Research*, 2023, vol. 141, pp. 103783. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2023.103783>
11. Ardhuin F., Magne R., Filipot J-F., Van der Westhuyzen A., Roland A., Quefeulou P., Lefevre J.M., Aouf L., Babanin A., Collard F. Semiempirical dissipation source functions for wind-wave models: Part I, definition, calibration and validation at global scales. *J. Phys. Oceanogr.*, 2010, vol. 40, pp. 1917-1941. DOI: 10.1175/2010jpo4324.1
12. Cartwright D.E., Longuet-Higgins M.S. The statistical distribution of the maxima of a random function. *Proc. R. Soc. London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 1956, vol. 237, is. 1209, pp. 212-232. DOI: 10.1098/rspa.1956.0173
13. Garmashov A., Toloknov Y., Korovushkin A. Hydrometeorological monitoring on the stationary oceanographic platform in the Black Sea. *International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM*, 2019, vol. 19, no. 3.1, pp. 259-264. DOI: 10.5593/sgem2019/3.1/S12.034
14. Goda Y. Random seas and design of maritime structures. *Advanced Series on Ocean Engineering*. Vol. 15. World Scientific Publishing, 2010. 732 p.
15. Hasselmann K., Barnett T.P., Bouws E., Carlson H., Cartwright D.E., Enke K., Ewing J.A., Gienapp H., Giesemann D.E., Kruseman P., Meerburg A., Mller P., Olbers D.J., Richter K., Sell W., Walden H. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). *Erganzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe*, 1973, A (8) (Nr. 12), pp. 1-95.
16. Holthuijsen L.H. Waves in oceanic and coastal waters. Cambridge University Press, 2007, 387 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511618536>
17. James J.P., Panchang V. Assessment of joint distributions of wave heights and periods. *Ocean Engineering*, 2024, vol. 313, pp. 119501. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2024.119501>
18. Janssen P.A.E.M. Nonlinear four-wave interactions and freak waves. *J. Phys. Oceanogr.*, 2003, vol. 33 (4), pp. 863-884.

19. Li J., Yang J., Liu S., Ji X. Wave groupiness analysis of the process of 2D freak wave generation in random wave trains. *Ocean Eng.*, 2015, vol. 104, pp. 480-488.
20. Longuet-Higgins M.S. On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves. *J. Geophys. Res.*, 1975, vol. 80, no. C18, pp. 2688-2694.
21. Longuet-Higgins M.S. The statistical analysis of a random, moving surface. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1957, vol. 249 (966), pp. 321-387.
22. Longuet-Higgins M.S. Statistical properties of wave groups in a random sea state. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A.*, 1984, vol. 312 (1521), pp. 219-250. DOI: 10.1098/rsta.1984.0061
23. Lucas C., Guedes Soares G. On the modelling of swell spectra. *Ocean Engineering*, 2015, vol. 108, pp. 749-759. DOI:10.1016/j.oceaneng.2015.08.017
24. Memos C.D., Joint R.T. Distribution of wave heights and periods in waters of any depth. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 2000, vol. 126, no. 3, pp. 162-172. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-950X(2000)126:3(162)
25. Mori N., Janssen P.A.E.M. On kurtosis and occurrence probability of freak waves. *J. Physical Oceanography*, 2006, vol. 36, no. 7, pp. 1471-1483.
26. Mori N., Onorato M., Janssen P.A.E.M., Osborne A. R., Serio M. On the extreme statistics of long-crested deep water waves: Theory and experiments. *J. Geophys. Res.*, 2007, vol. 112 (C9). DOI: 10.1029/2006jc004024
27. Myrhaug D., Wang H., Holmedal L.E., Li H. Revisiting statistical properties of surf parameter with characteristic wave parameters for single random waves including spectral bandwidth effects. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part M: J. of Engineering for the Maritime Environment.*, 2021, vol. 236, no. 1.147509022110353. DOI: 10.1177/14750902211035364
28. Pierson W.I., Moskowitz L. A prosed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity method of S.A. Kitaigorodskii. *J. Geophys. Res.*, 1964, vol. 69, no. 24, pp. 5181-5190.
29. Rodriguez G.R., Royo F.R. Pacheco M., Martinez A. On the joint of wave heights and periods: The role of the spectral bandwidth. *J. Offshore Mech. Arct. Eng.*, 1999, vol. 121, pp. 187-193.
30. Rybalko A., Myslenkov S.A., Badulin S.I. Wave Buoy Measurements at Short Fetches in the Black Sea Nearshore: Mixed Sea and Energy Fluxes. *Water*, 2023, vol. 15, no. 10, pp. 1834. <https://doi.org/10.3390/w15101834>
31. Serio M., Onorato M., Osborne A.R., Janssen P.A.E.M. On the computation of the Benjamin-Feir Index. *Nuovo Cimento*, 2005, vol. 28, pp. 893-903.
32. Stansell P. Distributions of freak wave heights measured in the North Sea. *Applied Ocean Research*, 2004, vol. 26, pp. 35-48.
33. Stewart P.H. Introduction to physical oceanography. Department of Oceanography, Texas A&M University, 2008. 353 p.
34. Wang L., Zhou B., Jin P., Li J., Liu S., Ducrozet G. Relation between occurrence probability of freak waves and kurtosis/skewness in unidirectional wave trains under single-peak spectra. *Ocean Engineering*, 2022, vol. 248, pp. 110813. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2022.110813
35. Young I.R. The determination of confidence limits associated with estimates of the spectral peak frequency the determination of confidence limits associated with estimates of the spectral peak frequency. *Ocean Engineering*, 1995, vol. 22, no. 7, P. 669-686.
36. Zakharov V.E., Dyachenko A.I., Prokofiev A.O. Freak waves as nonlinear stage of Stokes wave modulation instability. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 2006, vol. 25, no. 5, pp. 677-692. DOI:10.1016/j.euromechflu.2006.03.004
37. Zakharov V.E., Badulin S.I., Geogjaev V.V., Pushkarev A.N. Weak-turbulent theory of wind-driven sea. *Earth and Space Science*, 2019, vol. 6, is. 4, pp. 1-17 <https://doi.org/10.1029/2018EA000471>

Поступила 15.03.2026; принята в печать 26.05.2026.  
Submitted 15.03.2026; accepted for publication 26.05.2026.