

DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2025-2-141-158>

УДК 556.6

Вероятностная форма выпуска прогнозов речного стока

Ю.А. Симонов^{1,2}, А.В. Христофоров¹

¹Гидрометеорологический научно-исследовательский центр

Российской Федерации, г. Москва, Россия;

²Институт вычислительной математики имени Г.И. Марчука РАН, г. Москва, Россия

simonov@mecom.ru, khristoforov_a@mail.ru

Предлагаются рекомендации по выпуску прогноза речного стока в вероятностной форме, которая в дополнение к обычному прогнозу в детерминированной форме дает представление о диапазоне возможных значений прогнозируемой величины. Вероятностную форму долгосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов речного стока предлагается получать исходя из того, что ошибки прогноза подчиняются нормальному распределению вероятностей с постоянной дисперсией. Вероятностную форму выпуска краткосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов предлагается получать исходя из того, что прогноз логарифмов характеристики речного стока дает ошибки, которые подчиняются нормальному распределению вероятностей с постоянной дисперсией. Приведены статистические критерии, предназначенные для проверки применимости каждого из методов. Даны примеры выпуска прогнозов речного стока в вероятностной форме, полученной с использованием каждого из предлагаемых методов. Предлагаемые рекомендации предназначены для повышения научной обоснованности результатов оперативного гидрологического прогнозирования.

Ключевые слова: речной сток, детерминированная и вероятностная форма, проверочные прогнозы, статистический анализ

A probabilistic form of streamflow forecasts

Yu.A. Simonov^{1,2}, A.V. Khristoforov¹

¹Hydrometeorological Research Center of Russian Federation, Moscow, Russia;

²Marchuk Institute of Numerical Mathematics RAS, Moscow, Russia

simonov@mecom.ru, khristoforov_a@mail.ru

Recommendations are proposed for issuing streamflow forecasts in a probabilistic form, which, in addition to the forecast in a deterministic form, gives an idea of the range of possible forecasted values. It is proposed to obtain the probabilistic form of long-term and some medium-term streamflow forecasts based on the fact that forecast errors follow the normal probability distribution with constant variance. It is proposed to obtain the probabilistic form of issuing short-term and some medium-term forecasts based on the fact that the errors in the logarithms of streamflow forecasting follow the normal probability distribution with constant variance. Statistical criteria are given to test applicability of each of the methods. Examples of streamflow forecasts in the probabilistic form obtained using each of the proposed methods are given. The proposed recommendations are intended to improve the scientific validity of the results of operational hydrological forecasting.

Keywords: streamflow, deterministic and probabilistic forecasts, verification forecasts, statistical analysis

Введение

Ограниченность возможностей предсказания характеристик речного стока обусловлена рядом причин, в том числе:

- сложностью и многофакторностью процессов формирования водного режима рек и притока воды в водохранилища, которые ограничивают адекватность и полноту описания прогнозируемого явления;
- неопределенностью хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности гидрологического прогноза и ограниченностью возможностей его предсказания;
- ограниченной репрезентативностью, объемом и точностью исходных данных гидрометеорологических наблюдений, которые приводят к статистической погрешности параметров схемы получения прогноза [3, 7, 17, 21].

Таким образом, любой прогноз характеристики речного стока содержит случайные ошибки, вероятная величина которых может быть весьма значительна и должна учитываться потребителями прогностической продукции при принятии решений по использованию водных ресурсов и защите населения и хозяйственных объектов от опасных и неблагоприятных гидрологических явлений [2, 18, 20].

Подготовленная к использованию методика определяется прогнозируемой характеристикой, заблаговременностью прогноза и алгоритмом его составления, а также характеризуется среднеквадратической погрешностью прогноза, показателем его эффективности и оправдываемости, которые получены на основе анализа результатов ее проверки [12].

Выпускаемый в детерминированной форме прогноз характеристики речного стока выражает ее ожидаемое значение в виде конкретного числа. Учитывая точность используемой методики прогноза, потребитель может ориентироваться на более низкое значение прогнозируемого уровня, расхода воды, объема стока или притока в меженный период или на более высокое значение этих характеристик в период половодья и в период прохождения паводков. Кроме того, для пользователя прогнозов представляет интерес доверительный интервал, в пределах которого прогнозируемая характеристика может оказаться с той или иной вероятностью [3, 20].

Представляется недопустимым основанное только на интуиции занижение или завышение прогнозов и назначение доверительных интервалов исходя из негативных последствий вероятной ошибки получаемых прогнозов. Во избежание подобных ситуаций выпуск прогноза в детерминированной форме следует дополнять выпуском прогноза в вероятностной форме, которая характеризует распределение вероятностей ожидаемых значений прогнозируемой величины.

Выпуск гидрологических прогнозов в вероятностной форме предусматривается действующим с 1962 года Наставлением [12]. Содержащиеся в Наставлении указания представляются вполне разумными, однако

в настоящее время они не соответствуют научному уровню современного гидрологического прогнозирования. В связи с этим в настоящей статье предлагаются усовершенствованные рекомендации по выпуску прогнозов речного стока в вероятностной форме.

Постановка задачи

В ходе авторской проверки разработанной методики гидрологического прогнозирования и в ходе ее оперативных испытаний необходимо оценить не только погрешность прогноза в целом, но и вероятные величины его отклонения от фактических значений прогнозируемой гидрологической характеристики. Эта задача решается путем дополнения прогноза в детерминированной форме, когда ожидаемое значение характеристики речного стока задается в виде числа \tilde{Y} , вероятностной формой выпуска прогноза. Эта форма характеризует возможную изменчивость ожидаемого значения характеристики речного стока Y в зависимости от располагаемой к дате составления прогноза гидрометеорологической информации. В некоторых случаях эта информация может включать и предсказание хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности гидрологического прогноза.

Вероятностная форма выпуска прогноза определяется условной функцией распределения вероятностей $\tilde{F}(y)$, которая в зависимости от располагаемой к дате составления прогноза гидрометеорологической информации задает вероятность того, что прогнозируемая величина окажется меньше числа y . В ряде случаев более удобным является использование условной функции обеспеченности, которая в зависимости от располагаемой к дате составления прогноза гидрометеорологической информации задает число $\tilde{Y}(p)$, которое прогнозируемая величина может превысить с вероятностью p [3].

Представленные в аналитической, табличной или графической форме функции $\tilde{F}(y)$ или $\tilde{Y}(p)$ дают исчерпывающую информацию для получения вероятностной формы выпуска прогноза.

Как правило, прогноз гидрологической характеристики Y в вероятностной форме выражается двумя способами, представленными ниже [3, 11, 13, 16].

Форма 1 определяет:

1.1. условную вероятность $\tilde{P} = \tilde{F}(b) - \tilde{F}(a)$ попадания ожидаемого значения характеристики Y в заданный интервал $(a; b)$;

1.2. условную вероятность $\tilde{F}(a)$ того, что прогнозируемая величина окажется меньше критически малого значения a ;

1.3. условную вероятность $1 - \tilde{F}(b)$ того, что прогнозируемая величина окажется больше критически большого значения b .

Форма 2 определяет:

2.1. условный доверительный интервал с концами $\tilde{a}_p = \tilde{Y}(50\% + P/2)$ и $\tilde{b}_p = \tilde{Y}(50\% - P/2)$, в который ожидаемое значение характеристики Y может попасть с заданной вероятностью $P = 60\% - 90\%$, причем попасть влево или вправо от этого интервала величина может с одинаковой вероятностью $50\% - P/2$;

2.2. критически малое значение $\tilde{Y}(1-p)$, меньше которого прогнозируемая величина окажется с вероятностью $p = 5\% - 50\%$;

2.3. критически большое значение $\tilde{Y}(p)$, больше которого прогнозируемая величина окажется с вероятностью $p = 5\% - 50\%$ [3].

Примеры рассмотренных вероятностных форм выпуска прогнозов речного стока приведены в следующих разделах.

Среднеквадратическая погрешность прогноза величины Y в детерминированной форме достигает своего минимума, если в качестве такого прогноза используется ее условное математическое ожидание $\tilde{M}(Y)$, соответствующее располагаемой гидрометеорологической информации. Причем по мере увеличения точности и полноты такой информации погрешность такого прогноза будет снижаться [3, 6].

Таким образом, методика прогнозирования величины Y в детерминированной форме может рассматриваться как алгоритм получения оценки \tilde{Y} условного математического ожидания $\tilde{M}(Y)$ при различных возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации. Возможная систематическая ошибка прогноза должна быть устранена, после чего прогноз \tilde{Y} будет несмещенной оценкой условного математического ожидания $\tilde{M}(Y)$ [7].

Условное распределение вероятностей ожидаемых значений прогнозируемой величины Y описывает ее возможные отклонения от математического ожидания $\tilde{M}(Y)$. Следовательно, получение вероятностной формы выпуска прогноза должно быть основано на анализе данных об ошибках прогноза $Y - \tilde{Y}$ [3]. Именно такой подход предусмотрен Наставлением [12].

В последние годы все большее распространение получает иной подход к получению вероятностных форм выпуска прогнозов речного стока, основанный на применении ансамблевого подхода [9–11, 14, 15, 19, 21, 22]. Представляется целесообразным рассмотреть его прежде, чем перейти

к рекомендуемым методам получения вероятностных форм выпуска прогнозов на основе статистического анализа данных об их ошибках.

Ансамблевый подход к выпуску прогноза в вероятностной форме

В случае, когда методика долгосрочного или среднесрочного прогнозирования характеристики речного стока Y использует физико-математическую или концептуальную модель его формирования, а прогноз хода метеорологических характеристик в течение периода заблаговременности не используется в виду его недостаточной надежности, для получения вероятностной формы выпуска прогноза в ряде случаев применяется ансамблевый подход [3, 10, 14, 17, 19].

Модель усваивает образующие вектор X известные к дате составления прогноза гидрометеорологические характеристики и образующие вектор Z метеорологические характеристики, которые описывают сценарий погодных условий в течение периода заблаговременности прогноза, например, ход осадков и температуры воздуха. Получаемое с помощью модели значение прогнозируемой характеристики речного стока определяется функцией $M(X, Z)$, которая выражается в неявном виде, но известна после калибровки модели [11, 13, 17, 21].

При составлении прогноза вектор X известен, а неопределенность вероятных значений вектора Z учитывается путем использования достаточно продолжительного ряда Z_1, \dots, Z_N , который может быть получен с помощью стохастической модели сценариев хода метеорологических элементов (генератора погоды) или, что чаще, из архива фактически наблюдавшихся сценариев. Последовательное усвоение моделью этих сценариев позволяет получить ряд $M(X, Z_1), \dots, M(X, Z_N)$, на основе которого получается прогноз \tilde{Y} , равный среднему арифметическому членов этого ряда, и оценивается условная функция распределения вероятностей $\tilde{F}(y)$ ожидаемых значений прогнозируемой величины или ее условная функция обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ [8, 9, 13, 16].

Следует отметить, что существуют системы ансамблевого прогноза, которые преодолевают данный недостаток путем использования различных наборов начальных условий гидрологической модели, применяют несколько гидрологических моделей или используют различные параметризации модели. Ввиду сложности их реализации такие системы пока используются достаточно редко в оперативной практике гидрологического прогнозирования [13, 22].

Подход получения ансамблевого прогноза, основанный на использовании гидрологической модели и ансамбля реализаций хода метеорологических величин за период заблаговременности прогноза, может иметь существенный недостаток. Он состоит в том, что оцениваемое таким образом

условное распределение вероятностей прогнозируемой величины учитывает не всю неопределенность ее возможных значений, а только ту, которая обусловлена неопределенностью хода метеорологических характеристик в течение периода заблаговременности гидрологического прогноза. Дисперсия такого распределения \tilde{S}_A^2 всегда будет меньше среднего квадрата ошибки прогноза S^2 . Разность $S^2 - \tilde{S}_A^2$ между этими величинами определяет погрешность модельных расчетов, получаемых при усвоении моделью фактического хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза. Эта погрешность обусловлена неизбежными случайными ошибками определения образующих вектор X гидрометеорологических характеристик, ошибками определения самой прогнозируемой величины Y , недостаточной адекватностью и полнотой описания процессов формирования речного стока с помощью используемой модели и ограниченностью данных наблюдений, используемых для ее калибровки [3, 7, 16, 22]. Приводимые ниже примеры демонстрируют различие между получаемой с помощью ансамблевого подхода дисперсией \tilde{S}_A^2 и средним значением квадрата ошибки прогноза S^2 [6].

Пример 1

В ИВП РАН совместно с ФГБУ «Гидрометцентр России» на базе физико-математической модели формирования речного стока *ECOMAG* разработана методика долгосрочного прогнозирования объема притока воды в Чебоксарское водохранилище за второй квартал с использованием архивного ансамбля сценариев хода метеорологических элементов в период заблаговременности прогноза за годы с 1967 по 2014 [5, 15]. На основе данной методики в Гидрометцентре России выпускаются оперативные прогнозы.

Анализ проверочных прогнозов показал, что применение ансамблевого подхода привело к занижению дисперсии ошибок прогнозов в 1,4 раза. Следовательно, использование ансамблевого прогноза в данном случае сужает доверительный интервал для вероятных значений прогнозируемой величины менее чем на 10 %, что представляется вполне приемлемым.

В конце марта 2025 года был выпущен прогноз притока воды за второй квартал 2025 года. Использование архивных данных о ходе метеорологических элементов в период заблаговременности прогноза за годы с 1967 по 2014 позволило получить условную функцию распределения вероятностей $\tilde{F}(y)$ ожидаемых значений притока за второй квартал, на основе которой рассчитаны значения прогноза по форме 2. Таким образом, наиболее вероятная величина притока воды за второй квартал 2025 года (медианное значение) составляет 9,42 км³; доверительный интервал, в который прогнозируемая величина попадет с вероятностью 50 %, включает значения от 8,41 до 10,7 км³, с вероятностью 90 % – от 6,5 до 14,0 км³ (рис. 1).

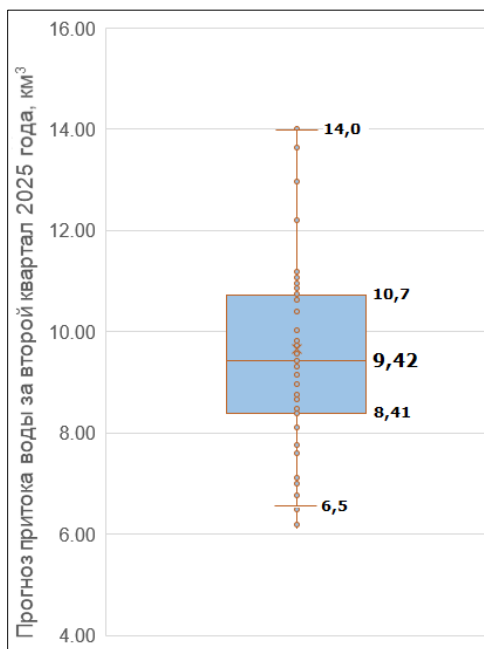


Рис. 1. Прогноз притока воды в Чебоксарское водохранилище за второй квартал 2025 г. на основе ансамблевого подхода.

Fig. 1. Forecast of water inflow into the Cheboksary reservoir for the second quarter of 2025 based on the ensemble approach.

Пример 2

В ФГБУ «Гидрометцентр России» на основе шведской концептуальной модели HBV-96 разработаны методики долгосрочного прогнозирования среднемесячных расходов воды на реках бассейна Камы в течение зимнего периода. Ансамбль сценариев хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза брался за годы с 1987 по 2020 [7]. Анализ проверочных прогнозов за период с 2002 по 2020 год показал, что для реки Вишера у пос. Рябинино применение ансамблевого подхода привело к занижению дисперсии ошибок прогнозов январского стока в 2,2 раза. Следовательно, использование ансамблевого прогноза в данном случае сужает доверительный интервал для вероятных значений прогнозируемой величины на 48 %, что представляется нежелательным.

Пример 3

В ФГБУ «Гидрометцентр России» на основе концептуальной модели DWAT разработана методика долгосрочного прогнозирования среднемесячных расходов воды на реке Ока у г. Калуга в течение маловодного периода года. Ансамбль сценариев хода метеорологических элементов в течение периода заблаговременности прогноза брался за годы с 1990 по 2021

[7]. Анализ проверочных прогнозов за период с 2005 по 2021 год показал, что применение ансамблевого подхода привело к занижению дисперсии ошибок прогнозов в 3,2 раза. Следовательно, использование ансамблевого прогноза в данном случае сужает доверительный интервал для вероятных значений прогнозируемой величины на 79 %, что представляется недопустимым.

По мере увеличения возможностей получения более надежной гидрометеорологической информации и внедрения более совершенных моделей формирования речного стока неопределенность хода метеорологических элементов в течение заблаговременности прогноза будет становиться решающим фактором, определяющим точность его прогнозирования, и следовательно, использование ансамблевого подхода при получении вероятностной формы выпуска гидрологических прогнозов будет все более оправданным. Однако пока этот подход может существенно занижать вероятный диапазон ожидаемых значений прогнозируемой величины, что совершенно недопустимо с точки зрения большинства потребителей прогнозстической продукции [2, 8, 18, 20].

С учетом отмеченных обстоятельств, рекомендуемые ниже методы получения вероятностной формы выпуска прогнозов основаны на статистическом анализе ряда $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$, содержащего значения гидрологической характеристики Y и ее прогноза в детерминированной форме \tilde{Y} [3, 13]. Эти методы применимы для любых вариантов прогнозирования характеристик речного стока различной заблаговременности и соответствуют традиционному подходу, закрепленному в Наставлении [12].

Метод 1 выпуска прогноза в вероятностной форме

Первый рекомендуемый метод получения вероятностной формы выпуска прогноза на основе статистического анализа ряда проверочных прогнозов $(Y_1, \tilde{Y}_1), \dots, (Y_n, \tilde{Y}_n)$ основан на двух предположениях.

1. При любых возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации дисперсия ошибки прогноза $Y - \tilde{Y}$ должна быть постоянной и, следовательно, равной среднему значению квадрата ошибки прогноза S^2 . Методы оценки среднеквадратической погрешности прогноза S подробно изложены в работах [3, 6, 7].

2. При любых возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации ошибки прогноза подчиняются нормальному распределению вероятностей. Следовательно, при располагаемой гидрометеорологической информации величина Y подчиняется условной функции распределения:

$$\tilde{F}(y) = \Phi\left(\frac{y - \tilde{Y}}{S}\right), \quad (1)$$

где $\Phi(x)$ – функция Лапласа, равная

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (2)$$

Функция Лапласа и соответствующая ей кривая обеспеченности $x(p)$ определяются доступными компьютерными программами или таблицами, содержащимися во многих публикациях по теории вероятностей [3, 6].

Для проверки первого предположения рекомендуется проверить гипотезу о том, что полученная по ряду проверочных прогнозов оценка коэффициента корреляции r между абсолютными значениями ошибки прогноза $|Y_i - \tilde{Y}_i|$ и значениями самого прогноза \tilde{Y}_i при $i = 1, \dots, n$ отличается от нуля только в пределах вероятной погрешности его определения.

Для проверки этого предположения рекомендуется статистический критерий Питмена при уровне значимости $\alpha = 5\%$, равном вероятности отвергнуть верную гипотезу [6]. Согласно данному критерию, оценка r отличается от нуля статистически недостоверно, и следовательно, первое предположение может быть принято, если выполняется неравенство:

$$\frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} < \tau(2,5\%, n-2), \quad (3)$$

где $\tau(2,5\%, n-2)$ – квантиль распределения Стьюдента с $n-2$ степенями свободы, соответствующий вероятности превышения 2,5 %. В табл. 1 помещены критические значения $\tau(2,5\%, n-2)$ для различных величин $n-2$ при $\alpha = 5\%$ [6].

Таблица 1. Критические значения $\tau(2,5\%, n-2)$ для критерия Питмена при $\alpha = 5\%$

Table 1. Critical values $\tau(2,5\%, n-2)$ for the Pitman criterion $\alpha = 5\%$

$n-2$	10	15	20	30	40	60	80	100	200
$\tau(2,5\%, n-2)$	2,23	2,13	2,09	2,04	2,02	2,00	1,99	1,98	1,97

Для проверки второго предположения рекомендуется использовать статистический критерий согласия Крамера – Мизеса – Смирнова [6]. Использование данного критерия предусматривает следующие процедуры:

1) для всех $i = 1, \dots, n$ члены ряда ошибок проверочных прогнозов $Y_i - \tilde{Y}_i$ преобразуются в величины

$$z_i = \Phi\left(\frac{Y_i - \tilde{Y}_i}{S}\right); \quad (4)$$

- 2) формируется ранжированный ряд $z_{(1)} \leq \dots \leq z_{(n)}$;
 3) рассчитывается статистика критерия:

$$\varpi^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left(z_{(i)} - \frac{2i-1}{2n} \right)^2. \quad (5)$$

При уровне значимости $\alpha = 5\%$ гипотеза о нормальном распределении вероятностей ошибок прогноза принимается, если выполняется неравенство $\varpi^2 < 0,46$.

Анализ различных методик прогнозирования речного стока показал, что для большинства долгосрочных и многих среднесрочных прогнозов предположения о постоянстве дисперсии ошибок прогноза и о нормальности их распределения выполняются [3]. Следовательно, для таких методик при любых возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации условная функция распределения вероятностей $\tilde{F}(y)$ может определяться формулой (1), а условная функция обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ может определяться формулой:

$$\tilde{Y}(p) = \tilde{Y} + x(p)S. \quad (6)$$

Значения функции обеспеченности $x(p)$ нормального распределения вероятностей приведены в табл. 2.

Таблица 2. Значения функции обеспеченности $x(p)$ нормального распределения вероятностей

Table 2. Values of the function $x(p)$ of the normal probability distribution

p	50%	40%	30%	20%	10%
$x(p)$	0,000	0,253	0,524	0,842	1,282

Для **формы 1** справедливы следующие соотношения:

1.1. Вероятность попадания ожидаемого значения характеристики Y в интервал $(a;b)$ равна разности $\Phi\left(\frac{b-\tilde{Y}}{S}\right) - \Phi\left(\frac{a-\tilde{Y}}{S}\right)$.

1.2. Вероятность того, что прогнозируемая величина окажется меньше критически малого значения a , равна $\Phi\left(\frac{a-\tilde{Y}}{S}\right)$.

1.3. Вероятность того, что прогнозируемая величина окажется больше критически большого значения b , равна $100\% - \Phi\left(\frac{b-\tilde{Y}}{S}\right)$.

Для **формы 2** справедливы следующие соотношения:

2.1. Концы доверительного интервала, в который ожидаемое значение характеристики Y может попасть с заданной вероятностью $P = 50\% - 95\%$, равны:

$$\tilde{a}_p = \tilde{Y} - x(p/2)S; \quad \tilde{b}_p = \tilde{Y} + x(p/2)S, \quad (7)$$

где $p = 100\% - P$. Значения $x(p/2)$ приведены в табл. 3.

Таблица 3. Значения функции обеспеченности $x(p/2)$ нормального распределения вероятностей

Table 3. Values of the function $x(p/2)$ of the normal probability distribution

p	40%	30%	20%	10%
$x(p/2)$	0,842	1,036	1,282	1,645

2.2. Критически малое значение, меньше которого прогнозируемая величина Y может оказаться с вероятностью $p = 5\% - 50\%$, равно $\tilde{Y} - x(p)S$.

2.3. Критически большое значение, больше которого прогнозируемая величина Y может оказаться с вероятностью $p = 5\% - 50\%$, равно $\tilde{Y} + x(p)S$.

Пример 4

В ФГБУ «Гидрометцентр России» разработана методика долгосрочного прогнозирования объема притока весеннего половодья $W_{пол.}$ км³ в Ириклинское водохранилище на р. Урал. Прогноз $\tilde{W}_{пол.}$ определяется по линейной зависимости объема весеннего притока от известного к дате составления прогноза 5 марта максимального запаса воды в снеге и показателя предзимней увлажненности водосбора в предыдущем году. Продолжительность ряда проверочных прогнозов за период с 2003 по 2024 год составляет $n = 22$ года. Оценка среднеквадратической погрешности прогноза равна $S = 0,39$ км³ [1]. Выполненная проверка с применением критериев Питмена и Крамера – Мизеса – Смирнова показала применимость рекомендуемого первого метода.

Для весеннего половодья 2024 года был получен прогноз $\tilde{W}_{пол.} = 2,78$ км³. Реализация вероятностной формы 2 (вариант 2.1) выпуска прогноза для 2024 года определяется концами доверительного интервала (\tilde{a}_p км³, \tilde{b}_p км³), в который величина $W_{пол.}$ может попасть с заданной вероятностью $P = 60\% - 90\%$ (табл. 4).

Фактическое значение объема притока весеннего половодья в Ириклинское водохранилище в 2024 году оказалось равным 3,05 км³, и оно попало во все указанные в табл. 4 доверительные интервалы. Таким образом, в 2024 году прогноз в вероятностной форме 2 оказался полностью оправдавшимся.

Таблица 4. Концы \tilde{a}_p и \tilde{b}_p условного доверительного интервала для объема притока весеннего половодья в Ириклинское водохранилище в 2024 году

Table 4. Bounds \tilde{a}_p and \tilde{b}_p of prediction interval for the volume of spring flood inflow into the Iriklinkoye reservoir in 2024

P	60%	70%	80%	90%
\tilde{a}_p км ³	2,45	2,38	2,28	2,14
\tilde{b}_p км ³	3,11	3,19	3,28	3,42

Метод 2 выпуска прогноза в вероятностной форме

Анализ различных методик прогнозирования речного стока показал, что для большинства краткосрочных и многих среднесрочных прогнозов предположения о постоянстве дисперсии ошибок прогноза или о нормальности их распределения не выполняются. Распределение вероятностей ошибок прогноза $Y - \tilde{Y}$ является асимметричным, а их абсолютные значения $|Y - \tilde{Y}|$ в среднем увеличиваются с ростом величины прогноза \tilde{Y} [3].

Для таких методик рекомендуется второй метод получения вероятностной формы выпуска прогноза, который также основан на двух предположениях.

1. При любых возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации дисперсия ошибки $\ln Y - \ln \tilde{Y}$ прогноза логарифма характеристики речного стока Y должна быть постоянной и, следовательно, равной среднему значению квадрата ошибки такого прогноза S_{\ln}^2 . Оценка среднеквадратической погрешности S_{\ln} прогноза величины $\ln Y$ выполняется методами, изложенными в работах [3, 6, 7].

2. При любых возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации ошибки $\ln Y - \ln \tilde{Y}$ прогноза величины $\ln Y$ подчиняются нормальному распределению вероятностей с нулевым средним и стандартным отклонением S_{\ln} . Следовательно, при располагаемой гидрометеорологической информации величина $\ln Y$ подчиняется условной функции распределения:

$$\tilde{F}(y) = \Phi\left(\frac{\ln y - \ln \tilde{Y}}{S_{\ln}}\right), \quad (8)$$

где $\Phi(x)$ – рассмотренная выше функция Лапласа.

Условная функция обеспеченности $\tilde{Y}(p)$ определяется формулой:

$$\tilde{Y}(p) = \text{Exp}[\ln \tilde{Y} + x(p)S_{\ln}], \quad (9)$$

где $\text{Exp}(u) = e^u$ – экспоненциальная функция; $x(p)$ – рассмотренная выше функция обеспеченности нормального распределения вероятностей.

Для проверки первого предположения рекомендуется проверить гипотезу о том, что полученная по ряду проверочных прогнозов оценка коэффициента корреляции r_{\ln} между абсолютными значениями ошибки логарифмического прогноза $|\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i|$ и значениями самого прогноза $\ln \tilde{Y}_i$ при $i = 1, \dots, n$ отличается от нуля в пределах вероятной погрешности его определения. Предложение проверяется с помощью рассмотренного выше критерия Питмена и использования формулы (3) после замены коэффициента r коэффициентом r_{\ln} .

Для проверки второго предположения рекомендуется использовать рассмотренный выше критерий Крамера – Мизеса – Смирнова. При этом формула (5) сохраняется, а формула (4) приобретает вид:

$$z_i = \Phi\left(\frac{\ln Y_i - \ln \tilde{Y}_i}{S_{\ln}}\right). \quad (10)$$

Если проверка обоих предположений прошла успешно, что характерно для большинства методик краткосрочного и среднесрочного прогнозирования речного стока, для получения вероятностной формы выпуска прогноза рекомендуется второй метод [3].

Все указанные выше вероятностные формы выпуска прогноза определяются полученным в детерминированной форме в виде конкретного числа $\ln \tilde{Y}$ прогнозом логарифма характеристики речного стока Y и показателем среднеквадратической погрешности таких прогнозов S_{\ln} .

Для **формы 1** справедливы следующие соотношения:

1.1. Вероятность попадания ожидаемого значения характеристики Y в интервал $(a; b)$ равна разности $\Phi\left(\frac{\ln b - \ln \tilde{Y}}{S_{\ln}}\right) - \Phi\left(\frac{\ln a - \ln \tilde{Y}}{S_{\ln}}\right)$.

1.2. Вероятность того, что прогнозируемая величина окажется меньше критически малого значения a , равна $\Phi\left(\frac{\ln a - \ln \tilde{Y}}{S_{\ln}}\right)$.

1.3. Вероятность того, что прогнозируемая величина окажется больше критически большого значения b , равна $100\% - \Phi\left(\frac{\ln b - \ln \tilde{Y}}{S_{\ln}}\right)$.

Для **формы 2** справедливы следующие соотношения:

2.1. Концы доверительного интервала, в который ожидается значение характеристики Y может попасть с заданной вероятностью $P = 50\% - 95\%$, равны:

$$\tilde{a}_p = \text{Exp}[\ln \tilde{Y} - x(p/2)S_{\ln}]; \quad \tilde{b}_p = \text{Exp}[\ln \tilde{Y} + x(p/2)S_{\ln}], \quad (11)$$

где $\text{Exp}(u) = e^u$ – экспоненциальная функция; $p = 100\% - P$.

2.2. Критически малое значение, меньше которого прогнозируемая величина Y может оказаться с вероятностью $p = 5\% - 50\%$, равно $Exp[\ln \tilde{Y} - x(p)S_{in}]$;

2.3. критически большое значение, больше которого прогнозируемая величина Y может оказаться с вероятностью $p = 5\% - 50\%$, равно $Exp[\ln \tilde{Y} + x(p)S_{in}]$.

Пример 5

В ФГБУ «Гидрометцентр России» для рек Черноморского побережья Кавказа разработана методика ежедневного краткосрочного прогнозирования среднесуточных расходов воды с заблаговременностью 1 сутки. Методика основана на концептуальной модели формирования талого и дождевого стока горных рек. Параметры модели оценивались для каждого месяца в отдельности по данным гидрометеорологических наблюдений. Для реки Сочи у г. Сочи анализировался ряд проверочных прогнозов за период с 1984 по 2005 год продолжительностью (с учетом пропусков) $n = 558$ суток. Выполненная проверка с применением критериев Питмена и Крамера – Мизеса – Смирнова показала применимость рекомендуемого второго метода выпуска прогноза в вероятностной форме для данного речного створа [4].

В качестве дополнительной вероятностной формы 1 (вариант 1.3) выпуска прогноза среднесуточных расходов воды в створе р. Сочи – г. Сочи для каждого месяца определена вероятность $P_{кр}(\tilde{Q})$ превышения соответствующих различным уровням паводковой опасности критических расходов воды $Q_{кр} = 300, 500$ и 640 м³/с в зависимости от прогноза \tilde{Q} . График функции $P_{кр}(\tilde{Q})$ для ноября, наиболее опасного месяца в районе города Сочи с показателем $S_{in} = 0,66$, представлен на рис. 2.

Заключение

В отделе речных гидрологических прогнозов ФГБУ «Гидрометцентр России» разработаны рекомендации по выпуску прогнозов речного стока в вероятностной форме, которая в дополнение к выпускаемому в виде конкретного числа прогнозу в детерминированной форме дает представление о диапазоне возможных значений прогнозируемой величины в зависимости от располагаемой гидрометеорологической информации.

Рассматриваются различные варианты вероятностной формы выпуска прогноза, включая условную функцию распределения вероятностей прогнозируемой величины и ее условную функцию обеспеченности, соответствующие располагаемой к дате составления прогноза гидрометеорологической информации. В дополнение к ним рассматриваются форма 1, определяющая условные вероятности попадания прогнозируемой

величины в заданные интервалы, и форма 2, определяющая условные интервалы, в которые прогнозируемая величина может попадать с заданной вероятностью.

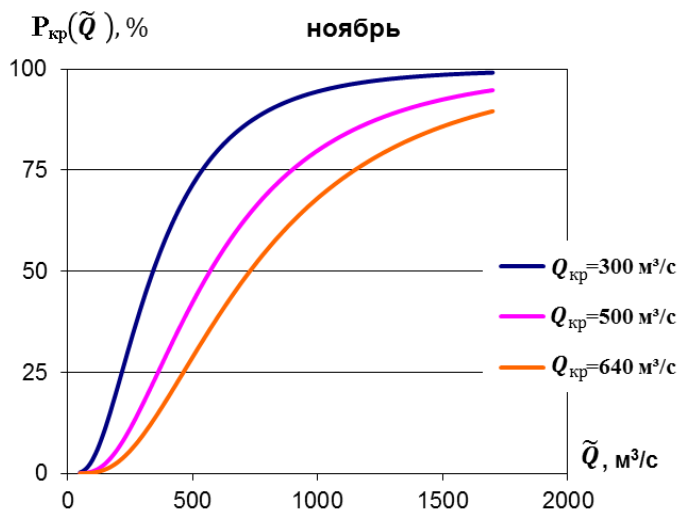


Рис. 2. Графики функции прогностической вероятности $P_{кр}(\tilde{Q})$ в створе р. Сочи – г. Сочи для ноября [4].

Fig. 2. Graphs of the forecasted probability function $P_{кр}(\tilde{Q})$ at the Sochi River – city of Sochi for November [4].

Теоретически обосновано и на конкретных примерах продемонстрировано недопустимое с практической точки зрения занижение вероятного диапазона ожидаемых значений прогнозируемой величины при использовании ансамблевого подхода. Обоснована целесообразность получения вероятностных форм выпуска прогнозов на основе статистического анализа рядов проверочных прогнозов.

Для долгосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов речного стока предлагается метод получения вероятностной формы их выпуска, основанный на предположении, что при любых возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации ошибки прогноза подчиняются нормальному распределению вероятностей с постоянной дисперсией.

Для краткосрочных и некоторых среднесрочных прогнозов предлагается метод получения вероятностной формы их выпуска, основанный на предположении, что при любых возможных вариантах располагаемой гидрометеорологической информации прогноз логарифмов характеристик речного стока дает ошибки, которые подчиняются нормальному распределению вероятностей с постоянной дисперсией.

Приведены статистические критерии, предназначенные для проверки применимости каждого из методов. Даны примеры выпуска долгосрочных и краткосрочных прогнозов в вероятностной форме, полученной с использованием каждого из предлагаемых методов.

Внедрение предлагаемых рекомендаций в систему оперативного гидрологического прогнозирования позволит получать научно обоснованные выводы об ожидаемых значениях характеристик речного стока.

Работа выполнена в Институте вычислительной математики имени Г.И. Марчука Российской академии наук при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-17-00247-п).

Список литературы

1. *Арефьева О.Н., Голоднюк Н.Е., Симонов Ю.А., Христофоров А.В., Юмина Н.М.* Прогнозирование притока воды в Ириклинское водохранилище // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2025. № 1 (395). С. 39-57.
2. *Асарин А.Е., Бестужева К.Н., Христофоров А.В., Чалов С.Р.* Водохозяйственные расчеты. М.: Изд-во МГУ, 2012. 142 с.
3. *Борщ С.В., Христофоров А.В.* Оценка качества прогнозов речного стока // Труды Гидрометцентра России. 2015. Специальный выпуск 355. 198 с.
4. *Борщ С.В., Симонов Ю.А., Христофоров А.В.* Система прогнозирования паводков и раннего оповещения о наводнениях на реках Черноморского побережья Кавказа и бассейна Кубани // Труды Гидрометцентра России. 2015. Специальный выпуск 356. 247 с.
5. *Борщ С.В., Гельфан А.Н., Морейдо В.М., Мотовилов Ю.Г., Симонов Ю.А.* Долгосрочный ансамблевый прогноз весеннего притока воды в Чебоксарское водохранилище на основе гидрологической модели: результаты проверочных и оперативных испытаний // Труды Гидрометцентра России. 2017. Вып. 366. С. 68-86.
6. *Борщ С.В., Христофоров А.В., Юмина Н.М.* Статистический анализ в гидрологических прогнозах. М.: Изд-во Гидрометцентра России, 2018. 160 с.
7. *Борщ С.В., Симонов Ю.А., Христофоров А.В.* Прогнозирование стока рек России. М.: Изд-во Гидрометцентра России, 2023. 200 с.
8. *Борщ С.В., Симонов Ю.А., Христофоров А.В.* Выбор методов прогнозирования речного стока // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2024. № 1 (391). С. 71-117.
9. *Гельфан А.Н.* Динамико-стохастическое моделирование формирования талого стока. М.: Наука, 2007. 276 с.
10. *Кучмент Л.С., Гельфан А.Н.* Ансамблевые долгосрочные прогнозы весеннего половодья с помощью физико-математических моделей формирования стока // Метеорология и гидрология. 2007. № 2. С. 76-88.
11. *Мотовилов Ю.Г., Гельфан А.Н.* Модели формирования стока в задачах гидрологии речных бассейнов. М.: Изд-во РАН, 2019. 300 с.
12. Наставление по службе прогнозов. Раздел 3. Часть 1. Прогнозы режима вод суши. Л.: Гидрометеоздат, 1962. 193 с.
13. *Adams T.E., Pagano T.C.* Flood Forecasting – A Global Perspective. Academic Press, 2016. 480 p.
14. *Buizza R., Hollingsworth A., Lalaurette F., Ghelli A.* Probabilistic Predictions of Precipitation Using the ECMWF Ensemble Prediction System // Weather and Forecasting. 1999. Vol. 14. P. 168-189.
15. *Gelfan A., Moreydo V., Motovilov Y., Solomatine D.* Long-term ensemble forecast of snowmelt inflow into the Cheboksary Reservoir under two different weather scenarios // Hydrol. Earth Syst. Sci. 2018. Vol. 22. P. 2073-2089.
16. *Goldin B.* Quantitative precipitation forecasting in the UK // Journal of Hydrology. 2000. Vol. 239, is. 1. P. 286-305. DOI: 10.1016/S0022-1694(00)00354-1

17. Greco M., Cravetta A., Della Morte R. River flow. London: Taylor and Francis Group, 2004. 1024 p.
18. Guide to Hydrological Practices. Volume II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices // WMO-No. 168. 2009. 302 p.
19. Krzysztofowicz R. The case for probabilistic forecasting in hydrology // Journal of Hydrology. 2001. Vol. 249. P. 2-9.
20. Lambert A.O. Development and Use of the Management Overview of Flood Forecasting Systems (MOFFS) // WMO/TD-No. 769. Technical Reports in Hydrology and Water Resources No. 55. Geneva: HWR, 1994. 23 p.
21. Manual on Flood Forecasting and Warning // WMO-No. 1072. 2011. 138 p.
22. Pappenberger F., Pagano T.C., Gelfan A., Kuchment L. et al. Hydrological ensemble prediction systems around the Globe // Handbook of Hydrometeorological Ensemble Forecasting. Berlin: Springer Heidelberg, 2016. P. 1-35. DOI: 10.1007/978-3-642-40457-3-47-1

References

1. Arefyeva O.N., Golodnyuk N.E., Simonov Yu.A., Khristoforov A.V., Yumina N.M. Forecasting water inflow into the Iriklienskoe Reservoir. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy* [Hydrometeorological Research and Forecasting], 2025, vol. 395, no. 1, pp. 39-57 [in Russ.].
2. Asarin A.E., Bestuzheva K.N., Khristoforov A.V., Chalov S.R. Vodokhozyaistvennie rascheti. M.: Izd-vo MGU publ., 2012, 142 p. [in Russ.].
3. Borsch S.V., Khristoforov A.V. Hydrologic flow forecast verification. *Trudy Gidromettsentra Rossii* [Proceedings of the Hydrometcentre of Russia], 2015, vol. 355, 198 p. [in Russ.].
4. Borsch S.V., Simonov Yu.A., Khristoforov A.V. Flood forecasting and early warning system for rivers of the Black Sea shore of Caucasian Region and the Kuban River basin. *Trudy Gidromettsentra Rossii* [Proceedings of the Hydrometcentre of Russia], 2015, vol. 356, 247 p. [in Russ.].
5. Borsch S.V., Gelfan A.N., Moreydo V.M., Motovilov Yu.G., Siminov Yu.A. Long-term ensemble forecasting of spring inflow into the Cheboksary reservoir based on the hydrological model: results of operational testing. *Trudy Gidromettsentra Rossii* [Proceedings of the Hydrometcentre of Russia], 2017, vol. 366, pp. 68-86 [in Russ.].
6. Borsch S.V., Khristoforov A.V., Yumina N.M. Statisticheskii analiz v gidrologicheskikh prognozakh. Moscow, Hydrometcenter of Russia publ., 2018, 160 p. [in Russ.].
7. Borshch S.V., Simonov Yu.A., Khristoforov A.V. Prognozirovaniye stoka rek Rossii [Streamflow forecasting in Russia]. Moscow, Hydrometcenter of Russia publ., 2023, 200 p. [in Russ.].
8. Borshch S.V., Simonov Yu.A., Khristoforov A.V. Selection of methods for streamflow forecasting. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy* [Hydrometeorological Research and Forecasting], 2024, vol. 391, no. 1, pp. 71-117 [in Russ.].
9. Gel'fan A.N. Dinamiko-stokhasticheskoe modelirovaniye formirovaniya talogo stoka. M.: Nauka publ., 2007, 276 p. [in Russ.].
10. Kuchment L.S., Gel'fan A.N. Long-term ensemble forecast of snowmelt runoff with the help of the physics-based models of runoff generation. *Russian Meteorology and Hydrology*, 2007, vol. 32, no. 2, pp. 126-134.
11. Motovilov Yu.G., Gel'fan A.N. Modeli formirovaniya stoka v zadachah gidrologii rechnykh basseynov. Moscow, Russian Academy of Sciences, 2008, 394 p. [in Russ.].
12. Nastavlenie po sluzhbe prognozov. Razdel 3. Part 1. Prognozy rezhima vod sushi. Leningrad, Gidrometeoizdat publ., 1962, 193 p. [in Russ.].
13. Adams T.E., Pagano T.C. Flood Forecasting – A Global Perspective. Academic Press publ., 2016, 480 p.

14. Buizza R., Hollingsworth A., Lalaurette F., Ghelli A. Probabilistic Predictions of Precipitation Using the ECMWF Ensemble Prediction System. *Weather and Forecasting*, 1999, vol. 14, pp. 168-189. DOI: 10.1175/1520-0434(1999)014<0168:PPOPUT>2.0.CO;2
15. Gelfan A., Moreydo V., Motovilov Y., Solomatine D. Long-term ensemble forecast of snowmelt inflow into the Cheboksary Reservoir under two different weather scenarios. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 2018, vol. 22, pp. 2073-2089. DOI: 10.5194/hess-22-2073-2018.
16. Goldin B. Quantitative precipitation forecasting in the UK. *Journal of Hydrology*, 2000, vol. 239, is. 1, pp. 286-305. DOI: 10.1016/S0022-1694(00)00354-1
17. Greco M., Cravetta A., Della Morte R. River flow. London, Taylor and Francis Group, 2004, 1024 p.
18. Guide to Hydrological Practices. Volume II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices. *WMO-No. 168*, 2009, 302 p.
19. Krzysztofowicz R. The case for probabilistic forecasting in hydrology. *Journal of Hydrology*, 2001, vol. 249, pp. 2-9.
20. Lambert A.O. Development and Use of the Management Overview of Flood Forecasting Systems (MOFFS). Technical Reports in Hydrology and Water Resources No. 55. Geneva, HWR, 1994, 23 p.
21. Manual on Flood Forecasting and Warning. *WMO-No. 1072*. WMO, Geneva, 2011, 138 p.
22. Pappenberger F., Pagano T.C., Gelfan A., Kuchment L. et al. Hydrological ensemble prediction systems around the Globe. *Handbook of Hydrometeorological Ensemble Forecasting*. Berlin: Springer Heidelberg, 2016, pp. 1-35. DOI: 10.1007/978-3-642-40457-3-47-1

Поступила 26.05.2025; одобрена после рецензирования 04.06.2025;

принята в печать 18.06.2025.

Submitted 26.05.2025; approved after reviewing 04.06.2025;

accepted for publication 18.06.2025.