

DOI: <https://doi.org/10.37162/2618-9631-2024-4-58-77>

УДК 551.55+551.559

Масштабы длины турбулентности в городской среде и их связь со спектром флуктуаций скорости

А.В. Глазунов^{1,2,3}, Е.В. Мортиков^{2,1}, А.В. Дебольский^{2,4}

¹ *Институт вычислительной математики имени Г.И. Марчука РАН, г. Москва, Россия;*

² *Научно-исследовательский вычислительный центр*

Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия;

³ *Московский Центр фундаментальной и прикладной математики, г. Москва, Россия;*

⁴ *Институт физики атмосферы имени А.М. Обухова РАН, г. Москва, Россия
glas@gmail.com*

С помощью вихререзающей модели ИВМ РАН проведены расчеты турбулентных нейтрально-стратифицированных течений над идеализированными поверхностями городского типа. Показано, что масштабы длины, необходимые для построения многослойных локально-одномерных RANS-моделей турбулентности в городской среде, связаны с пространственными спектрами флуктуаций скорости. Для вычисления аналога пространственного спектра внутри городского слоя, содержащего объекты («здания»), предложен алгоритм, основанный на применении гипотезы «замороженной турбулентности» Тейлора. Предложено качественное объяснение зависимости масштабов длины от морфологических характеристик поверхности.

Ключевые слова: пограничный слой атмосферы, турбулентность в городской среде, вихререзающее моделирование, LES, пространственные спектры турбулентности

Turbulent length scales in urban canopy flow and their relation to velocity fluctuation spectra

A. V. Glazunov^{1,2,3}, E. V. Mortikov^{2,1}, A. V. Debolskiy^{2,4}

¹ *Marchuk Institute of Numerical Mathematics*

of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;

² *Research Computing Center Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia;*

³ *Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics I Moscow, Russia;*

⁴ *A. M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
glas@gmail.com*

This study presents results of numerical experiments of neutrally-stratified turbulent flows over idealized urban surfaces using a Large-Eddy Simulation (LES) model. It is shown that the turbulent length scales necessary for the formulation of multilayer local one-dimensional Reynolds-Averaged Navier–Stokes (RANS) models of the urban canopy are related to the spatial spectra of turbulence. An algorithm based on the application of Taylor's frozen turbulence hypothesis is proposed to compute an analog of the spatial velocity spectrum inside an urban layer containing objects («buildings»). A qualitative explanation of the dependence of length scales on the morphological characteristics of the urban surface is given.

Keywords: atmospheric boundary layer, urban canopy, large-eddy simulation, LES, turbulence spatial spectra

Введение

Многослойные модели (МСМ) турбулентности в городской среде становятся все более актуальными в связи с увеличением пространственного разрешения численного прогноза погоды. В этих моделях городской слой, содержащий крупные объекты (здания), рассматривается как некоторая пористая среда, воздействующая на среднюю скорость течения и статистические характеристики турбулентности. Предполагается, что это воздействие можно описать параметрически с учетом типичных для ячейки расчетной сетки геометрических параметров обтекаемых объектов (морфологии городской застройки). В МСМ, помимо стандартного осреднения Рейнольдса по ансамблю состояний $\langle \cdot \rangle$, вводится дополнительное осреднение по горизонтали $\langle \cdot \rangle_{xy}$, охватывающее площадь, превышающую площадь отдельных объектов (двойное осреднение, см., например, [2, 29]). На основе такого осреднения строится локально-одномерная модель, содержащая расчетные уровни внутри городской среды и учитывающая среднюю силу сопротивления, создаваемую зданиями, дополнительную генерацию турбулентной кинетической энергии (ТКЭ) при обтекании объектов, трансформацию турбулентных масштабов под воздействием застройки и т. д. Наиболее известной из моделей такого типа является модель ВЕР [15], которая, помимо расчета динамических эффектов взаимодействия турбулентности с городской средой, содержит широкий набор параметризаций физических процессов, таких как радиационный баланс, обмен теплом и влагой с поверхностями земли и зданий, воздействия растительности на термодинамику течения и радиацию. В настоящее время имеется положительный опыт включения многослойных моделей в крупномасштабные модели атмосферы [24, 27, 30], что позволяет детализировать прогнозируемые метеорологические параметры для крупных городских агломераций, более точно рассчитать их значения вблизи поверхности земли и улучшить качество крупномасштабной модели циркуляции атмосферы за счет более точного представления городской поверхности.

В данной работе мы затронем довольно узкую, но актуальную проблему, стоящую при разработке МСМ, а именно – определение турбулентных масштабов длины $l_{T\alpha}/h = \Phi_\alpha(z/h, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots)$, связанных с геометрическими характеристиками группы обтекаемых объектов (зданий) и, возможно, с иными воздействиями на турбулентность, например, с влиянием стратификации или с воздействием сил аэродинамического сопротивления слоя растительности (здесь h – средняя толщина городского слоя; z – высота над поверхностью земли; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ – конечный набор безразмерных морфологических параметров застройки, определяющих соответствующую безразмерную универсальную функцию Φ_α). К возможным морфологическим параметрам застройки можно отнести долю площади, занятой зданиями $\lambda_p = S_B/S_{tot}$ (здесь S_{tot} – общая площадь поверхности земли; S_B – площадь горизонтального сечения зданий у поверхности),

и отношение суммарной площади фронтальных сечений зданий к площади поверхности земли $\lambda_f = S_f/S_{tot}$.

Имея параметризации для турбулентных масштабов длины можно построить замкнутую модель турбулентности, связав между собой такие характеристики, как градиенты средних значений метеопараметров по вертикали, кинетическая энергия флуктуаций, скорость диссипации ТКЭ, турбулентные потоки импульса и скаляров. В нейтрально-стратифицированном турбулентном течении над плоской поверхностью в приземном слое при больших числах Рейнольдса в силу автомодельности существует единственный определяющий масштаб длины z , и все турбулентные масштабы пропорциональны ему. Напротив, для городского слоя турбулентные масштабы длины, связывающие между собой, например, поток импульса τ и градиент средней скорости dU/dz или ТКЭ E' и скорость ее диссипации ϵ , не совпадают между собой и не пропорциональны друг другу, так как отражают физические процессы, происходящие в разных участках спектра турбулентных флуктуаций и, соответственно, могут по-разному зависеть от геометрических параметров застройки или иметь разные наборы определяющих параметров λ_i .

Наиболее распространенным подходом, позволяющим построить параметризации для турбулентных масштабов, является использование данных вихререшающих моделей высокого пространственного разрешения (Large Eddy Simulation, LES), в которых объекты, имитирующие здания, представлены явным образом на сетке модели. В LES нестационарная динамика в основном энергонесущем интервале спектра рассчитывается явно, а влияние мелкомасштабной турбулентности учитывается при помощи различных “подсеточных” моделей [28]. Турбулентное обтекание объектов простых форм, характерных для городской застройки, воспроизводится LES-моделями с хорошей точностью, если шаг сеток достаточно мал (обычно требуется, чтобы на характерный размер объекта приходилось порядка нескольких десятков узлов расчетной сетки, см., например, тесты в работе [13]). В случаях упрощенной геометрии поверхностей городского типа (ПГТ) численное моделирование (DNS и LES) позволяет получить данные, не уступающие данным лабораторных измерений [4, 35]. Общепринятым методом вычисления турбулентных масштабов длины является проведение больших серий расчетов турбулентных течений в состоянии статистического равновесия при варьировании геометрии ПГТ [2, 17–19, 26]. Затем строятся эмпирические аппроксимации турбулентных масштабов, найденных из усредненных по времени и по горизонтали данных LES. На данный момент не существует консенсусного мнения по вопросу оптимального выбора определяющих морфологических параметров, в число которых, помимо упомянутых выше λ_p и λ_f , могут входить параметры, отвечающие за ориентацию зданий, параметры, формализующие протяженность и ориентацию свободных пространств, а также параметры, отвечающие за форму объектов и вариации высот зданий (см., например, [18]).

Перспективным направлением исследований городской турбулентности является LES-моделирование течений над ПГТ с искусственно-сгенерированной случайной геометрией [25], удовлетворяющей набору признаков, выбранных согласно введенной в работе [31] классификации типов городской застройки на основе локальных климатических зон.

Отметим, что описанный полуэмпирический подход к построению локально-одномерных многослойных моделей городской турбулентности не позволяет выявить физические причины вариаций искомых турбулентных масштабов длины. Это осложняет выбор определяющих морфологических параметров и не дает оснований для доказательного обоснования применимости выбранного турбулентного замыкания. Например, увеличение или уменьшение безразмерного градиента скорости $\Phi_u = (dU/dz)h/|\tau|^{1/2} = h/l_{TP}$ может не соответствовать ожидаемому уменьшению или увеличению характерного размера турбулентных вихрей, переносящих импульс, так как при наличии организованных структур, свойственных турбулентности в городском слое, и при существенной пространственной неоднородности течения средний поток импульса может быть не связан напрямую со средним градиентом скорости (здесь l_{TP} – турбулентный масштаб длины смещения Прандтля). В случае такого несоответствия применимость приближения турбулентной вязкости может быть поставлена под сомнение, а формально введенный турбулентный масштаб l_{TP} теряет ясный физический смысл.

В [11, 12] было показано, что в пограничном слое атмосферы над ПГТ анализ пространственных спектров и коспектров турбулентных флуктуаций скорости может объяснить изменения турбулентных масштабов длины под воздействием крупных шероховатостей нижележащей поверхности и устойчивой стратификации. Тем самым спектральный анализ является удобным инструментом для построения и уточнения локально-одномерных моделей ПСА. Однако внутри городского слоя пространственный спектр не может быть вычислен напрямую вследствие наличия объектов. В данной работе для анализа данных LES мы воспользуемся гипотезой «замороженной турбулентности» Тейлора, связывающей частотные и пространственные спектры. Будет показано, что на качественном уровне вариации турбулентных масштабов длины, обусловленные изменениями морфологии ПГТ, соответствуют трансформации спектров.

Данные для анализа были получены из расчетов вихреразрешающей модели ИВМ РАН, описанной в работах [7, 8]. Эти расчеты были выполнены для идеализированных ПГТ с небольшими значениями доли площади λ_p , занятой «зданиями». Такая постановка численного эксперимента не позволяет напрямую сравнивать результаты моделирования с данными натуральных наблюдений. Однако мы надеемся, что выявленные закономерности являются общими как для модельной постановки, так и для реальной городской среды, а предложенный метод вычисления пространственных

спектров может применяться, в том числе и для обработки данных пульсационных измерений турбулентности в городе.

1. Турбулентные масштабы длины

В простейшем случае для того, чтобы рассчитать среднюю скорость ветра $U(z)$ внутри городского слоя (см., например, [3]), достаточно задать безразмерный коэффициент аэродинамического сопротивления городской среды $c_d(z/h, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots)$ и турбулентный масштаб длины смещения Прандтля

$$l_{TP}(z) = |\tau_t|^{1/2} |dU/dz|^{-1}; \quad l_{TP}/h = \Phi_{lTP}(z/h, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots), \quad (1)$$

где $\tau_t = \tau' + \tilde{\tau} = \langle \langle u'w' \rangle \rangle_{x,y} + \langle \tilde{u}\tilde{w} \rangle_{x,y}$ – суммарный поток импульса по вертикали, состоящий из турбулентного переноса нестационарными флуктуациями $\langle \langle u'w' \rangle \rangle_{x,y}$ и переноса импульса средней по ансамблю компонентой течения $\langle \tilde{u}\tilde{w} \rangle_{x,y}$ ¹. Тогда в состоянии установившегося равновесия скорость $U(z)$ может быть найдена из баланса сил

$$F_B + F^{ext} - \frac{d\tau_t}{dz} = 0, \quad (2)$$

где F^{ext} – внешнее воздействие, например, крупномасштабный градиент давления, а F_B – сила аэродинамического сопротивления городского слоя:

$$F_B(z) = -a_s(z)c_d(z)|U(z)|U(z). \quad (3)$$

Здесь a_s , $[a_s] = \text{м}^{-1}$ – объемная плотность площади фронтального сечения.

При введении турбулентного масштаба длины l_{TP} подразумевается, что поток импульса может быть найден по модели турбулентной вязкости:

$$\tau_t = -K_m \frac{dU}{dz}; \quad K_m = l_{TP}^2 |dU/dz|. \quad (4)$$

Заметим, что это предположение не является очевидным для городской среды, поскольку, наряду с мелкомасштабной стохастической турбулентностью, импульс может эффективно переноситься стационарными и нестационарными организованными крупными структурами, что не гарантирует справедливость градиентного приближения (4). Уравнения (1–4) при помощи дальнейших упрощений позволяют найти аналитические решения для $U(z)$ (см. [16; 33; 34]). Такие решения могут использоваться в однослойных моделях городского полога (см. [32]), в которых возможность вычисления турбулентных моментов высокого порядка отсутствует.

¹ Здесь и далее мы будем называть потоками импульса ковариации флуктуаций вертикальной w и продольной u компонент скорости, а также будем опускать плотность воздуха ρ в определениях сил и энергии, полагая, что уравнения несжимаемой жидкости уже соответствующим образом нормированы на референсную плотность ρ_0 .

В более сложных RANS-моделях городского слоя, позволяющих как минимум оценить кинетическую энергию флуктуаций E , возникает необходимость задавать дополнительные масштабы длины. Например, в $K-l$ моделях турбулентности (модель 1.5-го порядка замыкания согласно классификации Меллора – Ямады [22]) нужно определить масштаб

$$l_{T\varepsilon}(z) = h\phi_{lT\varepsilon}(z/h, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots) = c_\varepsilon E^{3/2}/\varepsilon, \quad (5)$$

связывающий скорость диссипации ε с кинетической энергией флуктуаций E (где c_ε – безразмерная константа, введенная для удобства дальнейшего представления результатов). Кроме того, в этой модели коэффициент турбулентной вязкости вычисляется следующим образом:

$$K_m = c_K l_{TK} E^{1/2}, \quad (6)$$

где c_K – константа, а $l_{TK}(z) = h\phi_{lTK}(z/h, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots)$ турбулентный масштаб длины:

$$l_{TK} = c_K^{-1} |\tau_t| E^{-1/2} |dU/dz|^{-1}, \quad (7)$$

который тоже может быть найден по осредненным данным LES и аппроксимирован какой-либо нелинейной функцией, зависящей от безразмерной высоты z/h и от значений безразмерных морфологических параметров λ_i . Аналогичным образом определяются турбулентные масштабы длины, позволяющие вычислить турбулентные потоки скалярных величин и перенос ТКЭ флуктуациями скорости и давления.

Альтернативный способ вычисления турбулентного масштаба длины был реализован в работе [9], где вместо зависимости от набора морфологических параметров λ_i , было предложено связать его с доступной в измерениях характеристикой течения над городской средой – высотой вытеснения D . Используя методы теории подобия, авторы предложили простую аналитическую аппроксимацию $l_T(z, D)$, которая несколько улучшила результаты расчетов скорости и концентрации примеси в МСМ городского слоя по сравнению со стандартными подходами. Однако и этот полуэмпирический подход все же требует проверки и настройки на большой серии расчетов с LES-моделями.

2. Краткое описание LES-модели

Система уравнений несжимаемой жидкости LES-модели для компонент фильтрованной скорости \bar{u}_i в тензорной форме записи выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \tau_{ij}^{LES}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + F_i^{ext}, \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где F_i^{ext} – внешняя сила, действующая на течение; \bar{p} – нормированные аномалии давления; τ_{ij}^{LES} – тензор турбулентных напряжений, вычисляемый при помощи смешанного локализованного динамического замыкания:

$$\tau_{ij}^{LES} = \tau_{ij}^{smag} + \tau_{ij}^{ssm} = -2(C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} + (\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{\bar{u}_i} \bar{\bar{u}_j}), \quad (10)$$

где $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ – тензор скоростей деформации; $C_s(x, y, z, t)$ – безразмерный коэффициент, изменяющийся во времени и в пространстве и определяемый динамически [5] с использованием подхода, основанного на итерационном методе поиска обобщенного решения переопределенной системы уравнений (см. [6]).

Система уравнений аппроксимирована по пространству схемой четвертого порядка точности, сохраняющей импульс и энергию [23], для аппроксимации по времени используется явная схема Адамса – Бэшфорта второго порядка точности. Более подробно численная модель, ее граничные условия и численные методы решения уравнений описаны в работах [7, 8].

В целях правильной интерпретации представленных результатов нам будет важно то, что данная модель проявляет свойства модели с явной фильтрацией [21], а именно свойства модели с пространственным фильтром, ширина которого $\bar{\Delta}$ превышает шаг сетки Δ_g . При этом дискретная аппроксимация неидеального (подавляющего гармоники в разрешаемом диапазоне волновых чисел) пространственного фильтра $F_{\bar{\Delta}}^g$ нам известна и напрямую используется в подсеточной модели (10). Это позволяет строить и анализировать спектры «дефильтрованной» скорости

$$u_i^* = F_p^{-1} \bar{u}_i, \quad (11)$$

где F_p^{-1} – оператор, являющийся приближением обратного оператора фильтрации:

$$F_p^{-1} = \sum_{k=0}^p \left(I - F_{\bar{\Delta}}^g \right)^k. \quad (12)$$

Здесь I – единичный оператор. В работах [10, 11] было показано, что применение данной процедуры к результатам расчетов позволяет улучшить воспроизведение спектров ТКЭ и отдельных компонент скорости в инерционном интервале. Кроме того, процедура «дефильтрации» успешно использовалась для того, чтобы восполнить мелкомасштабную изменчивость при лагранжевом переносе частиц в турбулентных течениях, см. [7; 13]. На основании этого все спектры, представленные ниже, будут вычислены по мгновенным значениям скорости u_i^* , полученной после применения «дефильтрации» (11) с количеством членов ряда (12) $p = 7$.

3. Постановка численных экспериментов и некоторые основные характеристики течения

Постановка численных экспериментов в основном совпадала с описанной в работе [8], за исключением того, что была изменена конфигурация объектов и рассматривались только нейтрально-стратифицированные течения. Размер всей расчетной области составлял: $L_x \times L_y \times L_z = 16h \times 8h \times 4h$, а равносторонняя сетка модели состояла из $512 \times 256 \times 128$ ячеек. Объекты, имитирующие здания, представляли собой кубы со стороной h и прямоугольные параллелепипеды со сторонами $l_z = l_x = l_y = h/2$. Граничные условия были периодическими по горизонтали, а на верхней и нижней границах расчетной области и на стенках объектов задавалось условие непротекания. На «стенках» и «крышах» зданий и на «поверхности земли» вычислялось касательное напряжение трения, пропорциональное квадрату пристеночной скорости: $\tau_w = -C_U^w C_U^w |\bar{\mathbf{u}}_w| \bar{\mathbf{u}}_w$, со значением $C_U^w = 0.124$, что при высоте $h = 16$ м и шаге сетки модели $\Delta = h/32$ соответствует значению параметра шероховатости $z_{0w} = 0.01$ м в предположении логарифмичности пристеночного профиля средней скорости.

Течение поддерживалось постоянной силой F^{ext} , что в установившемся состоянии обеспечивало линейно убывающий с высотой поток импульса над объектами со значением $\tau_{z=h} = -F^{ext}(L_z - h)$ на высоте $z = h$. Скорость трения, определенную как $U_* = |\tau_{z=h}|^{1/2} = (F^{ext}(L_z - h))^{1/2}$, мы будем использовать далее в качестве масштаба скорости для обезразмеривания результатов расчетов, а высоту объектов h – как масштаб длины. Расчеты проводились на срок в 120 единиц безразмерного времени $\tilde{t} = t/(h/U_*)$, последние 40 единиц времени \tilde{t} использовались для осреднения и вычисления спектров.

Объекты располагались на поверхности в шахматном порядке. Было проведено четыре расчета EXP1, EXP2, EXP3 и EXP4 при различной морфологии ПГТ (см. таблицу, в которой указаны значения некоторых геометрических характеристик поверхностей). Схематические изображения поверхностей приводятся на врезках рис. 3.

Таблица. Морфологические параметры ПГТ в расчетах с вихререзающей моделью.

Table. Morphological parameters of urban-type surfaces in LES experiments

	λ_p	λ_f	l_x/h	l_y/h
EXP1	1/8	1/4	1/2	1/2
EXP2	1/16	1/16	1	1
EXP3	1/16	1/8	1/2	1/2
EXP4	1/8	1/8	1	1

На рис. 1а представлены профили средней скорости $U(z) = \langle \bar{u}_1 \rangle_{x,y,t}$, а на рис. 1б (сплошные кривые) – суммарные потоки импульса $\tau_t = \tau^{rsl} + \tau^{LES}$. Здесь, $\tau^{rsl} = \langle \bar{u}' \bar{w}' \rangle_{x,y,t}$ – перенос импульса разрешаемыми явно флуктуациями скорости $\bar{u}'_i = \langle \bar{u}_i \rangle_{x,y,t} - \bar{u}_i$, а $\tau^{LES} = \langle \tau_{13}^{LES} \rangle_{x,y,t}$ – поток, вычисленный в подфильтровой/подсеточной модели (10). Видно, что поток импульса в свободной от объектов части расчетной области (при $z > h$) совпадает для всех четырех расчетов, линейно зависит от высоты и совпадает с заданной внешним форсингом зависимостью (красная пунктирная линия). Таким образом, моделируемые турбулентные течения находятся в установившемся состоянии.

Отметим, что значимая часть суммарного потока внутри слоя $0 < z < h$ обеспечивается стационарной во времени компонентой течения $\tilde{u}_i = \langle \bar{u}_i \rangle_t$. Потоки $\tilde{\tau} = \langle \tilde{u} \tilde{w} \rangle_{x,y}$ нанесены на рис. 1 пунктирными линиями. Так как далее мы будем строить спектры и коспектры только флуктуационной (нестационарной во времени) части решения $u'_i = \bar{u}_i - \tilde{u}_i$, то для корректности сравнений, помимо масштаба l_{TP} (1), будет вычислен аналогичный масштаб

$$l'_{TP}(z) = |\tau'|^{1/2} |d\bar{U}/dz|^{-1}; \quad \tau' = \tau_t - \tilde{\tau}, \quad (13)$$

т. е. масштаб Прандтля для нестационарной части решения.

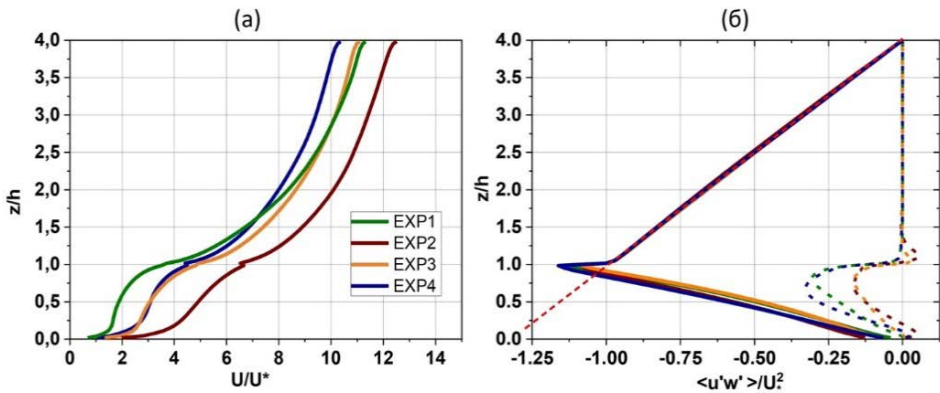


Рис. 1. Профили нормированной средней скорости ветра U/U_* (а), нормированные средние потоки импульса (сплошные кривые) (б). Пунктирные линии – часть потока импульса, связанная с его переносом стационарными вихрями. Цвета линий соответствуют разным конфигурациям ПГТ.

Fig. 1. Profiles of normalized mean wind speed U/U_* (a), normalized profiles of momentum flux (solid lines) (b). Dashed lines – part of vertical momentum transfer associated with stationary vortices. Colors correspond to different configurations of urban surfaces.

4. Метод вычисления пространственных спектров внутри городского слоя

Внутри слоя $0 < z < h$ пространственные спектры нельзя построить стандартным образом при помощи преобразования Фурье мгновенных полей значений скорости, так как внутри «зданий» скорость не определена. Согласно нашему опыту (не приводится в статье), грубый прием с обнулением аномалий скорости внутри объектов приводит к искажению мелко-масштабного инерционного интервала и появлению значительного минимума в спектрах на масштабах, близких к размеру объектов. Здесь мы предлагаем простой метод вычисления аналога пространственных спектров, дающий интерпретируемые результаты, согласующиеся с теоретическими представлениями об энергетическом каскаде в трехмерной турбулентности. Расчет этих спектров на некоторой высоте z_k (где k – модельный уровень, находящийся внутри слоя с объектами) выполнялся с применением гипотезы Тейлора «замороженной турбулентности» по следующему алгоритму:

- Дискретные поля значений вектора скорости $\mathbf{u}^*_{i,j,k}$ сохранялись в течение всего расчета с малым шагом по времени Δt_s . Здесь \mathbf{u}^* – дефильтрованная скорость (11). Поскольку в данной модели используется разнесенная пространственная сетка, то предварительно компоненты скорости u^* , v^* и w^* интерполировались с четвертым порядком точности на общую сетку в центры ячеек. В данной работе для экономии дискового пространства и для того, чтобы сократить время записи данных, поля скорости сохранялись на разреженной пространственной сетке с шагами, вдвое превышающими шаг сетки модели Δ_g . Интервал выдачи данных был равен десяти шагам модели по времени. В пересчете в безразмерные единицы времени это составляло: $\tilde{\Delta}t_s = \Delta t_s U_* / h \approx 0.005$.

- Вектор мгновенной скорости проектировался на локальное направление осредненного по времени течения $\tilde{\mathbf{u}} = \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle_t$. Таким образом, в каждом из узлов диагностической сетки строились временные ряды продольной скорости $u_{||}$ и ортогонального дополнения к ней u_{\perp} :

$$\mathbf{u}_{||} = (\mathbf{u}^*, \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle_t) / |\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle_t|, \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_{\perp} \equiv (u_{\perp}, v_{\perp}, w_{\perp}) = \mathbf{u}^* - \mathbf{u}_{||} \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle_t / |\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle_t|. \quad (15)$$

- Для того, чтобы избежать сильного искажения мелкомасштабного участка спектров вследствие переноса мелкомасштабной турбулентности крупными вихрями (так называемый «sweeping effect», см. [14; 20]), мы ограничили выборку только теми узлами сетки, в которых выполняется условие: $|\langle \mathbf{u}_{||} \rangle_t| > 2\sigma_{u_{||}}$, где $\sigma_{u_{||}}$ – СКО продольной скорости. Данное условие было подобрано эмпирически в предварительных тестах и согласно нашему предыдущему опыту применения гипотезы Тейлора для

вычисления пространственных спектров в LES. Для более точного вычисления спектров потребуется коррекция с учетом энергии крупномасштабных мод, которая в данной работе не применялась и требует специального рассмотрения. Таким образом был получен набор временных рядов значений скорости в N_{sel} узлах сетки. В представленных расчетах оказалось, что выборка N_{sel} содержала около половины узлов пространственной сетки, на которой сохранялись данные.

• Для каждого из полученных временных рядов выполнялось дискретное преобразование Фурье и вычислялись спектральные плотности дисперсий компонент скорости $u_{||}$, u_{\perp} , v_{\perp} и w_{\perp} в зависимости от частоты f , а затем частотные спектры преобразовывались в пространственные согласно гипотезе Тейлора, где в качестве переносящей скорости использовалась локальная средняя скорость течения:

$$S_{u_{||}}^i(k_{||}^i) = \frac{|\langle \mathbf{u}_{||}^i \rangle_t|}{2\pi} S_{u_{||}}^i(f);$$

$$k_{||}^i = 2\pi f / |\langle \mathbf{u}_{||}^i \rangle_t|, \quad i = 1, N_{sel}. \quad (16)$$

Аналогичным образом вычислялись наборы пространственных спектров $S_{u_{\perp}}^i(k_{||}^i)$, $S_{v_{\perp}}^i(k_{||}^i)$ и $S_{w_{\perp}}^i(k_{||}^i)$.

• Так как переносящая скорость $\langle \mathbf{u}_{||}^i \rangle_t$ зависит от положения в пространстве, то в результате преобразования (16) дискретные спектры оказываются заданными на разных сетках волновых чисел. Поэтому вначале мы интерполировали их на общую сетку, а затем осредняли по всей выборке. В результате были получены следующие функции, отражающие некоторую среднюю по всему пространству зависимость энергии флуктуаций от их масштабов:

$$S_{u_{||}}(k_{||}) = \frac{1}{N_{sel}} \sum_{i=1}^{N_{sel}} S_{u_{||}}^i(k_{||}),$$

$$S_{u_{\perp}}(k_{||}) = \frac{1}{N_{sel}} \sum_{i=1}^{N_{sel}} (S_{u_{\perp}}^i(k_{||}) + S_{v_{\perp}}^i(k_{||}) + S_{w_{\perp}}^i(k_{||})), \quad (17)$$

$$S_E(k_{||}) = \frac{1}{2} (S_{u_{||}}(k_{||}) + S_{u_{\perp}}(k_{||})),$$

где $S_{u_{\perp}}(k_{||})$ – суммарная спектральная плотность дисперсии двух компонент скорости, ортогональных к средней скорости течения $\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle_t$ (в локальной системе координат, в которой одна ось направлена вдоль среднего течения), а $S_E(k_{||})$ – аналог пространственного спектра турбулентной кинетической энергии.

Описанный алгоритм удобен тем, что помимо спектра энергии S_E вычисляются спектры продольной и ортогональных ей компонент скорости. Это позволяет оценить границу интервала изотропизации и количественно сравнить моделируемые спектры с теорией локально изотропной и однородной турбулентности Колмогорова, согласно которой спектр

флуктуаций продольной компоненты скорости в инерционном интервале следует зависимости:

$$S_{u_{\parallel}}(k_{\parallel}) = C_1 \varepsilon^{2/3} k_{\parallel}^{-5/3}, \quad (18)$$

где $C_1 \approx 0.53$ – постоянная Колмогорова для одномерного спектра продольной скорости (значение C_1 выбрано согласно работе [36]). Для спектров суммарной дисперсии ортогональных компонент и спектра полной энергии должны выполняться законы (см. [1]):

$$S_{u_{\perp}}(k_{\parallel}) = 2 \frac{4}{3} C_1 \varepsilon^{2/3} k_{\parallel}^{-5/3}, \quad (19)$$

$$2S_E(k_{\parallel}) = \frac{11}{3} C_1 \varepsilon^{2/3} k_{\parallel}^{-5/3}. \quad (20)$$

5. Результаты расчетов

5.1. Турбулентные масштабы и их вариации при изменениях морфологии ПГТ

На рис. 2а представлены турбулентные масштабы Прандтля l_{TP} (1) и l'_{TP} (13), а на рис. 2б – турбулентные масштабы $l_{T\varepsilon}$ (5) и l_{TK} (7), необходимые для $K-l$ моделей турбулентности. Константы $c_{\varepsilon} = 0.12$ и $c_K = 0.5$ были выбраны таким образом, чтобы приблизительно совместить все масштабы при $z > h$ и приравнять их к масштабу l_{TP} . Значения констант следуют из предположений о локальном балансе диссипации и сдвиговой генерации ТКЭ над объектами и о том, что значение безразмерной ТКЭ $E/U_*^2 \approx 4$ в слое, где средняя скорость имеет профиль, близкий к логарифмическому.

Отметим следующие особенности вариаций масштабов внутри слоя с объектами при изменениях морфологии ПГТ:

- Все масштабы, помимо значений морфологических параметров λ_p и λ_f , приведенных в таблице, сильно зависят от формы объектов.

- Все масштабы l_{TP} , l'_{TP} и l_{TK} , связанные с переносом импульса, хотя и отличаются по абсолютной величине, но ведут себя подобным образом, увеличиваясь при более плотном заполнении поверхности объектами (см. оранжевые и зеленые кривые или коричневые и синие кривые в сравнении друг с другом).

- Турбулентный масштаб $l_{T\varepsilon}$, связывающий турбулентную энергию и скорость ее диссипации, слабо зависит от значений λ_p и λ_f , но оказывается зависимым от горизонтального размера объектов (см. рис. 2б). Для объектов, имеющих меньший горизонтальный размер (EXP1 и EXP3; зеленая и оранжевая кривые на рис. 2б) масштаб $l_{T\varepsilon}$ приблизительно вдвое меньше, чем этот масштаб для крупных объектов (EXP2 и EXP4; коричневая и синяя кривые).

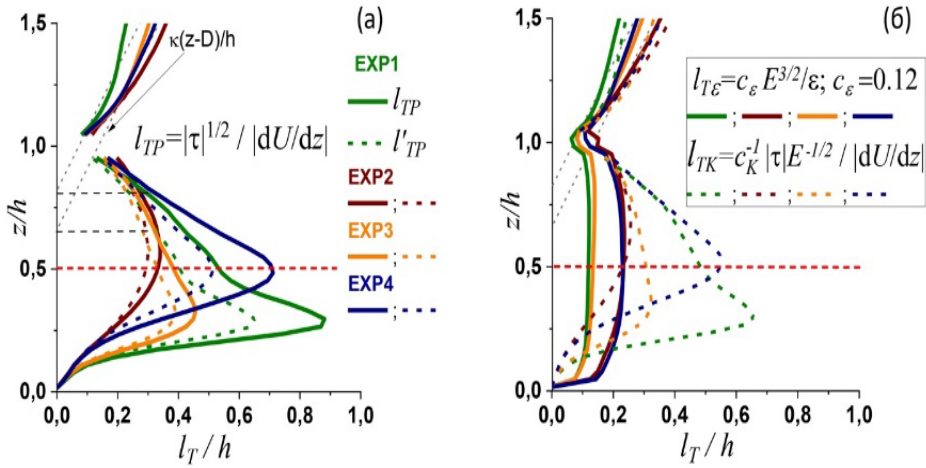


Рис. 2. Турбулентные масштабы длины l_{TP} (1) и l'_{TP} (13) (а); турбулентные масштабы $l_{T\epsilon}$ (5) и l_{TK} (7) (б). Цвета линий соответствуют разным конфигурациям ПГТ.

Fig. 2. Profiles of turbulent length scales l_{TP} (1) and l'_{TP} (13) (a); profiles of turbulent length scales $l_{T\epsilon}$ (5) and l_{TK} (7) (б). Colors correspond to different configurations of urban surfaces.

Таким образом, мы имеем разную зависимость различных турбулентных масштабов длины от морфологии, что может свидетельствовать о том, что наборы определяющих параметров λ_i для их параметрического вычисления не совпадают между собой. Более того, уменьшение масштабов l_{TP} , l'_{TP} и l_{TK} при увеличении расстояний между объектами трудно объяснить из соображений размерности, так как геометрические размеры и турбулентные масштабы длины демонстрируют противоположные тенденции. В следующем разделе мы попытаемся связать наблюдаемые вариации турбулентных масштабов со спектрами турбулентности.

5.2. Пространственные спектры флуктуаций скорости

На рис. 3 изображены предумноженные нормированные спектры дисперсии продольной компоненты скорости $k_{||} S_{u_{||}}(k_{||})$ (синие кривые), суммарной дисперсии ортогональных компонент $k_{||} S_{u_{\perp}}(k_{||})$ (зеленые кривые) и полной кинетической энергии нестационарных флуктуаций скорости $k_{||} S_E(k_{||})$ (черные кривые). Схематически показаны конфигурации ПГТ, соответствующие каждому из расчетов. Красными пунктирными кривыми проведены ожидаемые теоретические зависимости (18), (19) и (20) в инерционном интервале турбулентности. Спектры построены для высоты $z = h/2$ (красная пунктирная горизонтальная линия на рис. 2 с турбулентными масштабами).

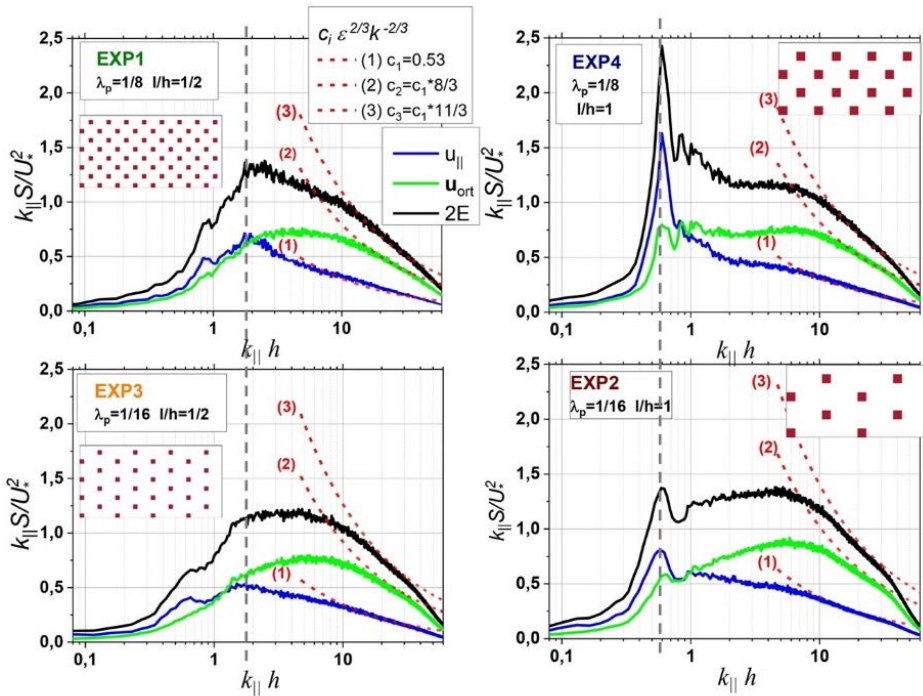


Рис. 3. Предумноженные нормированные спектры $k_{\parallel} S_{u_{\parallel}}(k_{\parallel})/U_*^2$ (синие кривые), $k_{\parallel} S_{u_{\perp}}(k_{\parallel})/U_*^2$ (зеленые кривые) и $k_{\parallel} S_E(k_{\parallel})/U_*^2$ (черные кривые); серыми пунктирными вертикальными линиями указано примерное положение максимумов в спектре продольной скорости $S_{u_{\parallel}}$; красные пунктирные кривые (1), (2) и (3) вычислены по формулам (18), (19) и (20) соответственно; на врезках изображены конфигурации ПГТ в каждом из расчетов (вид сверху).

Fig. 3. Premultiplied normalized spectra $k_{\parallel} S_{u_{\parallel}}(k_{\parallel})/U_*^2$ (blue), $k_{\parallel} S_{u_{\perp}}(k_{\parallel})/U_*^2$ (green) and $k_{\parallel} S_E(k_{\parallel})/U_*^2$ (black); grey dashed lines denote approximate location of maximum in stream-wise velocity component spectra $S_{u_{\parallel}}$; red dashed lines (1), (2) and (3) are calculated according to eqs. (18), (19) and (20) correspondingly; urban surface configurations are depicted in inserts (top view).

Можно отметить следующие характерные особенности построенных спектральных распределений:

- Основная накачка энергии происходит в продольную компоненту u_{\parallel} на масштабах, сравнимых с размерами объектов $k_{\parallel} h \sim 1$. На этом масштабе отчетливо выделяются максимумы в спектрах $S_{u_{\parallel}}$.

- Изотропизация происходит при значениях волновых чисел $k_{\parallel} h > 10$, где вычисленные по данным модели спектры попадают на теоретические кривые, обозначенные красным пунктиром. В интервале волновых чисел $1 < k_{\parallel} h < 10$ происходит перераспределение энергии между компонентами скорости так, что анизотропия течения уменьшается, а энергия

продольной компоненты падает с увеличением волнового числа быстрее, чем k^{-1} .

- Положения максимумов в спектрах продольной компоненты скорости $S_{u_{||}}$ совпадают для поверхностей с одинаковыми по горизонтальному размеру объектами и не зависят от расстояний между объектами. Для поверхностей с более крупными объектами (рисунки справа) эти максимумы смещены в область малых волновых чисел по сравнению с максимумами спектров, построенных по результатам расчетов с маленькими объектами (рисунки слева). Таким образом, можно предположить, что горизонтальный размер объектов «зданий» является одним из определяющих морфологических параметров, влияющих на протяженность спектрального распределения и, тем самым, на суммарную ТКЭ, что и приводит к увеличению диссипативного масштаба длины $l_{T\varepsilon}$ в расчетах с крупными объектами.

- Увеличение расстояний между объектами приводит к тому (см. различия между нижним и верхним рядом рисунков на рис. 3), что выделенный максимум в спектре продольной компоненты уменьшается, а энергия в целом смещается в сторону более мелких масштабов. Возможно, это связано с тем, что крупные организованные структуры, возникающие при обтекании объектов и проявляющиеся в спектрах как выделенные максимумы, эффективно разрушаются при их переносе в свободных пространствах между объектами. Смещение спектров скорости в сторону больших волновых чисел для поверхностей с малыми значениями λ_p , по-видимому, приводит к тому, что в среднем импульс переносится более мелкими вихрями. Это, в свою очередь, отражается в уменьшении связанных с эффективностью переноса импульса турбулентных масштабов l_{TP} , l'_{TP} и l_{TK} , вычисленных формально по интегральным характеристикам (см. рис. 2).

Заключение

В данной работе представлены результаты расчетов турбулентных течений над идеализированными поверхностями городского типа, выполненные при помощи вихреразрешающей модели высокого пространственного разрешения. Расчеты проводились с целью выявления закономерностей поведения турбулентных масштабов длины внутри «городского слоя» в зависимости от морфологических параметров ПГТ. Эти масштабы требуются для построения локально-одномерных многослойных моделей турбулентности в городской среде. Был предложен алгоритм вычисления аналогов пространственных спектров кинетической энергии флуктуаций скорости, основанный на гипотезе «замороженной турбулентности» Тейлора. Показано, что вычисленные по данным модели спектры качественно и количественно согласуются с теоретическими зависимостями в инерционном интервале турбулентности.

Показано, что изменения в пространственных спектрах, связанные с изменениями морфологии поверхности городского типа, отражают соответствующие вариации турбулентных масштабов длины. В частности, мы обнаружили, что горизонтальные размеры объектов («зданий») определяют протяженность спектрального распределения и положение максимумов в спектре продольной скорости. Это объясняет увеличение «диссипативного» масштаба длины $l_{T\varepsilon}$ при увеличении размеров «зданий». В свою очередь, увеличение $l_{T\varepsilon}$ является индикатором менее эффективной внутренней диссипации ТКЭ, что на практике будет приводить к более высоким ее значениям внутри городской среды, а следовательно, в том числе и к улучшению вентиляции городской среды. Следует заметить, что описанные тенденции получены для идеализированных ПГТ с большими расстояниями между объектами по сравнению с их горизонтальными размерами. Для более «плотной» городской среды, а также для реалистичных морфологий городского слоя, наряду с размером «зданий», форма спектральных распределений, по-видимому, будет определяться еще и характерными размерами и ориентацией свободных пространств.

Обнаружено, что при очень разреженной морфологии городской застройки (при малых значениях λ_p) пространственный спектр энергии турбулентных флуктуаций смещается в область малых масштабов, что объясняет уменьшение турбулентного масштаба Прандтля, то есть ослабление эффективности переноса импульса по вертикали.

Для установления количественных связей между спектрами и масштабами и разработки методов выделения групп морфологических параметров, ответственных за те или иные характеристики турбулентности в городской среде, потребуется гораздо больший набор численных экспериментов с LES-моделями, чем серия расчетов, представленная в настоящей работе. Помимо расчетов с упрощенными идеализированными ПГТ, необходимо моделирование турбулентности в городской среде с реалистичным представлением застройки и/или с искусственно-сгенерированной случайной геометрией, удовлетворяющей набору морфологических признаков. Мы полагаем, что представленный метод спектрального анализа данных моделирования может применяться и для исследования более сложных турбулентных течений. Кроме того, аналогичный подход применим к спектральному анализу данных натуральных пульсационных измерений в городе, где определение пространственных масштабов турбулентности затруднено вследствие фрагментарности данных и большой пространственной изменчивости среднего течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант 21-71-30023; разработка численной модели (раздел 2) выполнялась при частичной поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики (Соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации №075-15-2022-286).

Список литературы

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика: теория турбулентности // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. 695 с.
2. Blunn L.P., Coceal O., Nazarian N., Barlow J.F., Plant R.S., Bohnenstengel S.I., Lean H.W. Turbulence characteristics across a range of idealized urban canopy geometries // *Boundary-Layer Meteorology*. 2022. Vol. 182, no. 2. C. 275-307.
3. Cheng W.-C., Porté-Agel F. A simple mixing-length model for urban canopy flows // *Boundary-Layer Meteorology*. 2021. Vol. 181, no. 015. P. 1-9. DOI: 10/1007/s10546-021-00650-0
4. Coceal O., Thomas T.G., Castro I.P., Belcher S.E. Mean flow and turbulence statistics over groups of urban-like cubical obstacles // *Boundary-Layer Meteorology*. 2006. Vol. 121, no. 3. P. 491-519.
5. Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W.H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1991. Vol. 3, no. 7. P. 1760-1765.
6. Ghosal S., Lund T., Moin P., Akselvoll K. A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows // *Journal of Fluid Mechanics*. 1995. Vol. 286. P. 229-255.
7. Glazunov A., Rannik Ü., Stepanenko V., Lykosov V., Auvinen M., Vesala T., Mammarella I. Large-eddy simulation and stochastic modeling of Lagrangian particles for footprint determination in the stable boundary layer // *Geoscientific Model Development*. 2016. Vol. 9, no. 9. P. 2925-2949.
8. Glazunov A., Mortikov E., Debolskiy A. Studies of stable stratification effect on dynamic and thermal roughness lengths of urban-type canopy using large-eddy simulation // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2023. Vol. 80, no. 1. P. 31-48.
9. Glazunov A.V., Debolskiy A.V., Mortikov E.V. Turbulent length scale for multilayer RANS model of urban canopy and its evaluation based on large-eddy simulations // *Supercomputing Frontiers and Innovations*. 2022. Vol. 8, no. 4. P. 100-116.
10. Glazunov A.V. Large-eddy simulation of turbulence with the use of a mixed dynamic localized closure: Part 2. Numerical experiments: Simulating turbulence in a channel with rough boundaries // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2009. Vol. 45, no. 1. P. 25-36.
11. Glazunov A.V. Numerical simulation of stably stratified turbulent flows over an urban surface: Spectra and scales and parameterization of temperature and wind-velocity profiles // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2014. Vol. 50, no. 4. P. 356-368.
12. Glazunov A.V. Numerical simulation of stably stratified turbulent flows over flat and urban surfaces // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2014. Vol. 50, no. 3. P. 236-245.
13. Glazunov A.V. Numerical simulation of turbulence and transport of fine particulate impurities in street canyons // *Numerical methods and programming*. 2018. Vol. 19. P. 17-37.
14. Kraichnan R.H. Kolmogorov's hypotheses and Eulerian turbulence theory // *The Physics of Fluids*. 1964. Vol. 7, no. 11. P. 1723-1734.
15. Krayenhoff E.S., Jiang T., Christen A. A multi-layer urban canopy meteorological model with trees (BEP-Tree): Street tree impacts on pedestrian-level climate // *Urban Climate*. 2020. Vol. 32. P. 100590.
16. Li Q., Katul G. Bridging the urban canopy sublayer to aerodynamic parameters of the atmospheric surface layer // *Boundary-Layer Meteorology*. 2022. Vol. 185, no. 1. P. 35-61.
17. Lu J., Nazarian N., Hart M.A., Krayenhoff E.S., Martilli A. A one-dimensional urban flow model with an eddy-diffusivity mass-flux (EDMF) scheme and refined turbulent transport (MLUCM v3.0) // *Geoscientific Model Development*. 2024. Vol. 17, no. 7. P. 2525-2545.
18. Lu J., Nazarian N., Hart M.A., Krayenhoff E.S., Martilli A. Novel geometric parameters for assessing flow over realistic versus idealized urban arrays // *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*. 2023. Vol. 15, no. 7. P. e2022MS003287.
19. Lu J., Nazarian N., Hart M.A., Krayenhoff E.S., Martilli A. Representing the effects of building height variability on urban canopy flow // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 2024. Vol. 150, no. 758. P. 46-67.
20. Lumley, J. Interpretation of time spectra measured in high-intensity shear flows // *The physics of fluids*. 1965. Vol. 8, no. 6. P. 1056-1062.

21. Lund, T.S. The use of explicit filters in large eddy simulation // *Computers & Mathematics with Applications*. 2003. Vol. 46, no. 4. P. 603-616.
22. Mellor, G.L., T. Yamada. A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers // *Journal of Atmospheric Sciences*. 1974. Vol. 31, no. 7. P. 1791-1806.
23. Morinishi, Y., T.S. Lund, O.V. Vasilyev, P. Moin. Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow // *Journal of Computational Physics*. 1998. Vol. 143, no. 1. P. 90-124.
24. Mussetti, G., D. Brunner, S. Henne. COSMO-BEP-Tree v1.0: a coupled urban climate model with explicit representation of street trees // *Geoscientific Model Development*. 2020. Vol. 13, no. 3. P. 1685-1710.
25. Nagel, T., R. Schoetter, V. Bourgin, V. Masson, E. Onofri. Drag coefficient and turbulence mixing length of local climate zone-based urban morphologies derived using obstacle-resolving modelling // *Boundary-Layer Meteorology*. 2023. Vol. 186. P. 737-769.
26. Nazarian, N., E.S. Krayenhoff, A. Martilli. A one-dimensional model of turbulent flow through "urban" canopies (MLUCM v2.0): updates based on large-eddy simulation // *Geoscientific Model Development*. 2020. Vol. 13, no. 3. P. 937-953.
27. Ribeiro, I., A. Martilli, M. Falls, A. Zonato, G. Villalba. Highly resolved WRF-BEP/BEM simulations over Barcelona urban area with LCZ // *Atmospheric Research*. 2021. Vol. 248. P. 105220.
28. Sagaut P., Lee Y.-T. Large eddy simulation for incompressible flows: An introduction. Scientific computation series // *Applied Mechanics Reviews*. 2002. Vol. 55. P. 115-.
29. Schmid M., Lawrence G., Parlange M., Giometto M. Volume averaging for urban canopies // *Boundary-Layer Meteorology*. 2019. Vol. 173, no. 1. P. 349-372.
30. Schoetter R., Kwok Y.T., de Munck C., Lau K.K.L., Wong W.K., Masson V. Multi-layer coupling between SURFEX-TEB-v9.0 and Meso-NH-v5.3 for modelling the urban climate of high-rise cities // *Geoscientific Model Development*. 2020. Vol. 13, no. 11. P. 5609-5643.
31. Stewart I.D., Oke T.R. Local climate zones for urban temperature studies // *Bulletin of the American Meteorological Society*. 2012. Vol. 93, no. 12. P. 1879-1900.
32. Tarasova M., Debolskiy A., Mortikov E., Varentsov M., Glazunov A., Stepanenko V. On the parameterization of the mean wind profile for urban canopy models // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2024. Vol. 45, no. 7. P. 3198-3210.
33. Wang W. An analytical model for mean wind profiles in sparse canopies // *Boundary-Layer Meteorology*. – 2011. Vol. 142. P. 383-399.
34. Wang W. Analytically modelling mean wind and stress profiles in canopies // *Boundary-Layer Meteorology*. 2014. Vol. 151. P. 239-256.
35. Xie Z.-T., Coceal O., Castro I. Large-eddy simulation of flows over random urban-like obstacles // *Boundary-Layer Meteorology*. 2008. Vol. 129. P. 1-23.
36. Yeung P.K., Zhou Y. Universality of the Kolmogorov constant in numerical simulations of turbulence // *Physical Review E: Statistical Physics, Plasmas, Fluids and Related Interdisciplinary Topics*. 1997. Vol. 56, no. 2. P. 1746-1752.

References

1. Monin, A. S., Yaglom A. M. *Statisticheskaya gidromekhanika: teoriya turbulentnosti* [Statistical Hydromechanics: turbulence theory] Moscow, Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1992, 695 p.
2. Blunn L.P., Coceal O., Nazarian N., Barlow J.F., Plant R.S., Bohnenstengel S.I., Lean H.W. Turbulence characteristics across a range of idealized urban canopy geometries. *Boundary-Layer Meteorology*, 2022, vol. 182, no. 2, pp. 275-307.
3. Cheng W.-C., Porté-Agel F. A simple mixing-length model for urban canopy flows. *Boundary-Layer Meteorology*, 2021, vol. 181, no. 015, pp. 1-9. DOI: 10/1007/s10546-021-00650-0.
4. Coceal O., Thomas T.G., Castro I.P., Belcher S.E. Mean flow and turbulence statistics over groups of urban-like cubical obstacles. *Boundary-Layer Meteorology*, 2006, vol. 121, no. 3, pp. 491-519.

5. Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W.H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1991, vol. 3, no. 7, pp. 1760-1765.
6. Ghosal S., Lund T., Moin P., Akselvoll K. A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 1995, vol. 286, pp. 229-255.
7. Glazunov A., Rannik Ü., Stepanenko V., Lykosov V., Auvinen M., Vesala T., Mammarella I. Large-eddy simulation and stochastic modeling of Lagrangian particles for footprint determination in the stable boundary layer. *Geoscientific Model Development*, 2016, vol. 9, no. 9, pp. 2925-2949.
8. Glazunov A., Mortikov E., Debolskiy A. Studies of stable stratification effect on dynamic and thermal roughness lengths of urban-type canopy using large-eddy simulation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 2023, vol. 80, no. 1, pp. 31-48.
9. Glazunov A.V., Debolskiy A.V., Mortikov E.V. Turbulent length scale for multilayer RANS model of urban canopy and its evaluation based on large-eddy simulations. *Supercomputing Frontiers and Innovations*, 2022, vol. 8, no. 4, pp. 100-116.
10. Glazunov A.V. Large-eddy simulation of turbulence with the use of a mixed dynamic localized closure: Part 2. Numerical experiments: Simulating turbulence in a channel with rough boundaries. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2009, vol. 45, no. 1, pp. 25-36.
11. Glazunov A.V. Numerical simulation of stably stratified turbulent flows over an urban surface: Spectra and scales and parameterization of temperature and wind-velocity profiles. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2014, vol. 50, no. 4, pp. 356-368.
12. Glazunov A.V. Numerical simulation of stably stratified turbulent flows over flat and urban surfaces. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2014, vol. 50, no. 3, pp. 236-245.
13. Glazunov A.V. Numerical simulation of turbulence and transport of fine particulate impurities in street canyons. *Numerical methods and programming*, 2018, vol. 19, pp. 17-37.
14. Kraichnan R.H. Kolmogorov's hypotheses and Eulerian turbulence theory. *The Physics of Fluids*, 1964, vol. 7, no. 11, pp. 1723-1734.
15. Krayenhoff E.S., Jiang T., Christen A. A multi-layer urban canopy meteorological model with trees (BEP-Tree): Street tree impacts on pedestrian-level climate. *Urban Climate*, 2020, vol. 32, pp. 100590.
16. Li Q., Katul G. Bridging the urban canopy sublayer to aerodynamic parameters of the atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 2022, vol. 185, no. 1, pp. 35-61.
17. Lu J., Nazarian N., Hart M.A., Krayenhoff E.S., Martilli A. A one-dimensional urban flow model with an eddy-diffusivity mass-flux (EDMF) scheme and refined turbulent transport (MLUCM v3.0). *Geoscientific Model Development*, 2024, vol. 17, no. 7, pp. 2525-2545.
18. Lu J., Nazarian N., Hart M.A., Krayenhoff E.S., Martilli A. Novel geometric parameters for assessing flow over realistic versus idealized urban arrays. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 2023, vol. 15, no. 7, pp. e2022MS003287.
19. Lu J., Nazarian N., Hart M.A., Krayenhoff E.S., Martilli A. Representing the effects of building height variability on urban canopy flow. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2024, vol. 150, no. 758, pp. 46-67.
20. Lumley, J. Interpretation of time spectra measured in high-intensity shear flows. *The physics of fluids*, 1965, vol. 8, no. 6, pp. 1056-1062.
21. Lund, T.S. The use of explicit filters in large eddy simulation. *Computers & Mathematics with Applications*, 2003, vol. 46, no. 4, pp. 603-616.
22. Mellor, G.L., T. Yamada. A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. *Journal of Atmospheric Sciences*, 1974, vol. 31, no. 7, pp. 1791-1806.
23. Morinishi, Y., T.S. Lund, O.V. Vasilyev, P. Moin. Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow. *Journal of Computational Physics*, 1998, vol. 143, no. 1, pp. 90-124.
24. Mussetti, G., D. Brunner, S. Henne. COSMO-BEP-Tree v1.0: a coupled urban climate model with explicit representation of street trees. *Geoscientific Model Development*, 2020, vol. 13, no. 3, pp. 1685-1710.
25. Nagel, T., R. Schoetter, V. Bourgin, V. Masson, E. Onofri. Drag coefficient and turbulence mixing length of local climate zone-based urban morphologies derived using obstacle-resolving modelling. *Boundary-Layer Meteorology*, 2023, vol. 186, pp. 737-769.

26. Nazarian, N., E.S. Krayenhoff, A. Martilli. A one-dimensional model of turbulent flow through “urban” canopies (MLUCM v2.0): updates based on large-eddy simulation. *Geoscientific Model Development*, 2020, vol. 13, no. 3, pp. 937-953.
27. Ribeiro, I., A. Martilli, M. Falls, A. Zonato, G. Villalba. Highly resolved WRF-BEP/BEM simulations over Barcelona urban area with LCZ. *Atmospheric Research*, 2021, vol. 248, pp. 105220.
28. Sagaut P., Lee Y.-T. Large eddy simulation for incompressible flows: An introduction. Scientific computation series. *Applied Mechanics Reviews*, 2002, vol. 55, pp. 115.
29. Schmid M., Lawrence G., Parlange M., Giometto M. Volume averaging for urban canopies. *Boundary-Layer Meteorology*, 2019, vol. 173, no. 1, pp. 349-372.
30. Schoetter R., Kwok Y.T., de Munck C., Lau K.K.L., Wong W.K., Masson V. Multi-layer coupling between SURFEX-TEB-v9.0 and Meso-NH-v5.3 for modelling the urban climate of high-rise cities. *Geoscientific Model Development*, 2020, vol. 13, no. 11, pp. 5609-5643.
31. Stewart I.D., Oke T.R. Local climate zones for urban temperature studies. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 2012, vol. 93, no. 12, pp. 1879-1900.
32. Tarasova M., Debolskiy A., Mortikov E., Varentsov M., Glazunov A., Stepanenko V. On the parameterization of the mean wind profile for urban canopy models. *Lobachevskii Journal of Mathematics.*, 2024, vol. 45, no. 7, pp. 3198-3210.
33. Wang W. An analytical model for mean wind profiles in sparse canopies. *Boundary-Layer Meteorology*, 2011, vol. 142, pp. 383-399.
34. Wang W. Analytically modelling mean wind and stress profiles in canopies. *Boundary-Layer Meteorology*, 2014, vol. 151, pp. 239-256.
35. Xie Z.-T., Coceal O., Castro I. Large-eddy simulation of flows over random urban-like obstacles. *Boundary-Layer Meteorology*, 2008, vol. 129, pp. 1-23.
36. Yeung P.K., Zhou Y. Universality of the Kolmogorov constant in numerical simulations of turbulence. *Physical Review E: Statistical Physics, Plasmas, Fluids and Related Interdisciplinary Topics*, 1997, vol. 56, no. 2, pp. 1746-1752.

Поступила 20.11.2024; одобрена после рецензирования 02.12.2024;
принята в печать 10.12.2024.

Submitted 20.11.2024; approved after reviewing 02.12.2024;
accepted for publication 10.12.2024.