

# ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ СЕВЕРНОГО КАСПИЯ<sup>1</sup>

П.С. Линейкин, А.И. Фельзенбаум

По теории установившихся ветровых течений мелкого моря к настоящему времени имеется лишь две опубликованные работы В.Б. Штокмана, позволяющие рассчитать скорости течений в поперечном сечении замкнутого моря при ветре, направленном перпендикулярно к данному сечению. В первой из этих работ [3] глубина моря по всему сечению предполагается постоянной, учитывается лишь неравномерность ветра над данным сечением моря и вертикальный турбулентный обмен в море. Во второй работе [4] введен еще один весьма важный для мелководного моря фактор – переменная глубина моря. Однако и с этим дополнением развитая теория рассматривает течения в море как двумерное движение и не учитывает влияния рельефа дна, береговой черты и неравномерности ветрового поля над всем морем. Теория не содержит также какой-либо количественной оценки влияния указанных факторов, которые представляются нам весьма существенными для динамики течений в море: сколько-нибудь полная теория течений должна быть трехмерной. В настоящее время создание такой теории необходимо для решения многих практических задач, в частности для расчета течений в Северном Каспии.

## 1. Теоретические основы расчета

При разработке трехмерной теории течений в мелководном море будем учитывать главные факторы, определяющие характер возникающих течений: ветер с учетом его неравномерности, конфигурацию берегов и рельеф дна. Кроме того, будет учитываться турбулентный обмен количеством движения в вертикальном направлении, наклоны поверхности моря и трение о дно. Силу Кориолиса, а также турбулентный обмен в горизонтальных направлениях мы учитывать не будем. Первое, как это показал Экман, оказывается возможным ввиду близости дна [5], второе – ввиду вертикальной однородности морской воды, обусловленной ветровым перемешиванием.

<sup>1</sup> Перепечатка из Трудов Государственного океанографического института, 1955, вып. 020, с. 454-471.

Наблюдения над течениями, а также теоретические расчеты Н.А. Багрова [1] показывают, что при действии постоянного ветра течение в мелком море быстро достигает установившегося состояния, причем необходимое для этого время не превышает 3–4 часов. Указанное обстоятельство позволяет при расчете течений мелководного моря считать их установившимися. Во всем дальнейшем мы будем предполагать, что ветер и вызываемое им течение не меняются во времени.

Исходя из указанных выше исходных предположений, авторы разработали две схемы решения, причем первая исходила из уровня, а вторая применила метод полных потоков. Ниже приводится вторая схема.

Уравнения установившегося движения в мелком море запишем в виде

$$A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (1)$$

где  $u$ ,  $v$  – компоненты скорости течения вдоль прямоугольных осей координат  $x$  и  $y$ ;  $p$  – давление;  $A_z$  – коэффициент турбулентного обмена количеством движения в вертикальном направлении.

В качестве третьего уравнения возьмем уравнение гидростатики

$$-g\rho_0 = \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (2)$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\rho_0$  – плотность морской воды, которая считается постоянной.

Начало координат расположено на невозмущенной поверхности моря, ось  $z$  направлена вертикально вниз.

Уравнение неразрывности запишется в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где  $w$  – вертикальная компонента скорости течения.

На поверхности моря тангенциальное давление ветра уравновешивается турбулентным трением в морской воде:

$$A_z \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = -T_x; \quad A_z \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=0} = -T_y. \quad (4)$$

Кроме того, на поверхности моря давление в морской воде равно атмосферному давлению

$$(p)_{z=0} = p_a. \quad (5)$$

На дне моря движение отсутствует

$$(u)_{z=H} = (v)_{z=H} = (w)_{z=H} = 0. \quad (6)$$

Исключим из уравнений движения (1) давление  $p$ , для чего проинтегрируем уравнение гидростатики (2) по  $z$  от поверхности моря  $z = \xi$  до некоторой глубины  $z$ . Получим

$$p = p_a + g\rho_0(z - \xi), \quad (7)$$

откуда

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y}.$$

Подставляя (7) в (1), получим уравнения движения в виде

$$A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x};$$

$$A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y}. \quad (8)$$

Исключая из уравнения неразрывности (3) вертикальную компоненту скорости течения  $w$ , получим уравнение неразрывности в интегральной форме

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi}^H u \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\xi}^H v \, dz = 0. \quad (9)$$

Исключим из уравнений движения (8) возвышение уровня  $\xi$ , для чего продифференцируем первое уравнение (8) по  $y$ , второе по  $x$  и вычтем из второго первое. Получим

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (10)$$

откуда

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = f z + \varphi, \quad (11)$$

где через  $f$  и  $\varphi$  обозначены некоторые функции горизонтальных координат.

Интегрируя выражение (11) по  $z$  от  $z = 0$  до  $z = H$ , получим:

$$\frac{\partial S_y}{\partial x} - \frac{\partial S_x}{\partial y} = \frac{H^2}{2} f + H\varphi, \quad (12)$$

где  $S_x$  и  $S_y$ , называемые нами компонентами полного потока, определяются формулами

$$S_x = \int_0^H u dz; \quad S_y = \int_0^H v dz. \quad (13)$$

Введем функцию полных потоков  $\Psi$ , определив ее формулами

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = S_y; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = -S_x. \quad (14)$$

При таком выборе  $\Psi$  уравнение неразрывности в формуле (9) удовлетворится, если пренебречь возвышением уровня моря.

Подставляя (14) в (12), получим

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = \frac{H^2}{2} f + H\varphi. \quad (15)$$

Функции  $f$  и  $\varphi$  определяются из (11) и условий на поверхности моря (4) и на дне (6). Действительно, дифференцируя (11) по  $z$ , полагая  $z = 0$  и учитывая (4), получим

$$f(x, y) = -\frac{1}{A_z} \operatorname{rot} T. \quad (16)$$

Полагая в (11)  $z = H$ , получим далее

$$\varphi(x, y) = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{z=H} - f H. \quad (17)$$

При горизонтальном дне первое слагаемое в правой части (17) обращается в нуль в силу условий на дне (6). При наклонном дне это слагаемое, вообще говоря, отлично от нуля, но мы пренебрежем им, что равносильно пренебрежению наклонами дна. Таким образом, мы будем учитывать в дальнейшем изменение глубины, пренебрегая в то же время наклонами дна. Учитывая это и подставляя (16) и (17) в уравнение (15), получим уравнение для функции полных потоков в виде

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{H^2}{2A_z} \operatorname{rot} T. \quad (18)$$

У берегов поток в направлении нормали к береговой черте отсутствует, поэтому на береговой черте функция  $\psi$  должна сохранять постоянное значение. Так как функция  $\psi$  определена согласно (14) с точностью до произвольного постоянного слагаемого, то можно считать, что на береговой черте  $z$  замкнутого моря она равна нулю:

$$(\psi)_z = 0. \quad (19)$$

Таким образом, определение функции полных потоков  $\psi$  в мелководном море сведено к решению уравнения Пуассона (18) при граничных условиях (19).

Если рассматривается мелководная часть моря, то при решении задачи необходимо задать функцию  $\psi$  не только на берегах, но и на воображаемой «жидкой» границе мелководной области. Эта граница должна быть выбрана условно так, чтобы отделить мелководную часть моря от глубоководной. Расходы воды на жидких границах должны быть определены дополнительно.

Именно такой случай мы имеем для Северного Каспия, отделенного жидкой границей от глубоководного Среднего Каспия.

Для определения расходов воды на границе между Северным и Средним Каспием мы проведем расчеты водообмена в указанном сечении, считая, что условная жидкая граница между Северным и Средним Каспием является срединным поперечным сечением моря удлиненной формы, а ветер меняется только в поперечном направлении (именно такие условия преобладают на границе между Северным и Средним Каспием). Предварительно найдем решение задачи о полных потоках для моря прямоугольной формы со сторонами  $x = (0, a)$ ,  $y = (0, b)$ .

Решение для прямоугольной области будем искать в виде двойного ряда Фурье

$$\Psi = \sum_{m,n=1}^{\infty} \Psi_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, \quad (20)$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}; \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}, \quad (21)$$

причем  $b$  – продольный,  $a$  – поперечный размер моря.

Разлагая  $\text{rot } T$  в ряд Фурье вида

$$\text{rot } T = \sum_{m,n=1}^{\infty} T_{mn}^2 \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (22)$$

и подставляя (20) и (22) в (18), получим выражения для неизвестных коэффициентов Фурье  $\Psi_{mn}$  в виде

$$\Psi_{mn} = \frac{-H^2 T_{mn}^2}{2A_z(\alpha_m^2 + \beta_n^2)}. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (20), получим выражение для функции полных потоков в прямоугольной области:

$$\Psi = \frac{H^2}{2A_z} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{-T_{mn}^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y. \quad (24)$$

Пусть ветер меняется только в поперечном направлении, т.е.  $T = T(x)$ . Тогда выражение (24) для функции полных потоков удобно представить в иной форме, перенося начало координат в точку  $(0, b/2)$ :

$$\psi = \frac{H^2}{2A_z} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{-T_m^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \sin \alpha_m x \sin \left( \beta_n y + \frac{n\pi}{2} \right). \quad (25)$$

Если теперь неограниченно увеличивать  $b$ , что соответствует неограниченному удлинению канала, положить  $y = 0$  в выражении (25) и преобразовать это выражение интегрированием по частям, то получится следующее выражение для функции тока на срединном поперечном сечении канала:

$$\psi = \frac{H^2}{2A_z} \left[ \int_0^x T_y dx - \frac{x}{a} \int_0^a T_y dx \right]. \quad (26)$$

Выражения для компонент полного потока в срединном сечении согласно (14) и (26) запишутся в виде

$$S_x = 0, \\ S_y = \frac{H^2}{2A_z} [T_y(x) - T_y^c], \quad (27)$$

где через  $T_y^c$  обозначена осредненная в поперечном направлении компонента тангенциального давления ветра

$$T_y^c = \frac{1}{a} \int_0^a T_y(x) dx. \quad (28)$$

Отметим, что решение, полученное для срединного сечения удлиненного моря, совпадает с результатом, полученным ранее В.Б. Штокманом, исходящим из других соображений.

Переходим к определению скоростей течения на отдельных горизонтах. При этом мы будем считать, что компоненты полного потока  $S_x$  и  $S_y$  уже вычислены.

Интегрируя уравнения (8) по переменной  $z$ , получим

$$A_z u = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{z^2}{2} + \varphi_1 z + \eta_1;$$

$$A_z v = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{z^2}{2} + \varphi_2 z + \eta_2, \quad (29)$$

где через  $\varphi$  и  $\eta$  обозначены некоторые функции горизонтальных координат, определяемые из условий на поверхности моря (4) и на дне (6).

Подставляя (29) в (4), получим

$$\varphi_1 = -T_x; \quad \varphi_2 = -T_y. \quad (30)$$

Подставляя (29) в (6) и учитывая (30), получим далее

$$\begin{aligned} \eta_1 &= g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{H^2}{2} + T_x H; \\ \eta_2 &= g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{H^2}{2} + T_y H. \end{aligned} \quad (31)$$

Выражения для компонент скорости течения согласно (29), (30), (31) запишутся в виде

$$\begin{aligned} u &= \frac{g\rho_0}{2A_z} \frac{\partial \xi}{\partial x} (H^2 - z^2) + \frac{T_x}{A_z} (H - z); \\ v &= \frac{g\rho_0}{2A_z} \frac{\partial \xi}{\partial y} (H^2 - z^2) + \frac{T_y}{A_z} (H - z). \end{aligned} \quad (32)$$

Первые слагаемые в правой части (32) представляют собой компоненты скорости градиентного течения, обусловленного наклонами поверхности моря, вторые – компоненты скорости чистого дрейфового течения, обусловленного непосредственно влекущим действием ветра.

Свяжем наклоны поверхности моря с полными потоками, для чего проинтегрируем выражения (32) по  $z$  от поверхности моря  $z = 0$  до дна  $z = H$ . Учитывая при этом (13), получим

$$S_x = \frac{g\rho_0 H^3}{3A_z} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{H^2}{2A_z} T_x;$$

$$S_y = \frac{g\rho_0 H^3}{3A_z} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{H^2}{2A_z} T_y, \quad (33)$$

откуда

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{3}{2g\rho_0 H^3} (2A_z S_x - H^2 T_x);$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{3}{2g\rho_0 H^3} (2A_z S_y - H^2 T_y). \quad (34)$$

Подставляя (34) в (32), получим выражения для компонент скорости течения в виде

$$u = \frac{3(H^2 - z^2)S_x}{2H^3} + \frac{T_x}{4A_z H} (H^2 - 4Hz + 3z^2);$$

$$v = \frac{3(H^2 - z^2)S_y}{2H^3} + \frac{T_y}{4A_z H} (H^2 - 4Hz + 3z^2). \quad (35)$$

Полагая в формуле (35)  $z=0$ , получим выражения для компонент скорости поверхностного течения  $u_0$  и  $v_0$ :

$$u_0 = \frac{3}{2} \frac{S_x}{H} + \frac{T_x H}{4A_z};$$

$$v_0 = \frac{3}{2} \frac{S_y}{H} + \frac{T_y H}{4A_z}. \quad (36)$$

До сих пор мы считали коэффициент обмена  $A_z$  постоянным. При расчетах течений в Северном Каспии оказалось необходимым учитывать изменения этого коэффициента в зависимости от глубины моря.

Из соображений размерности следует, что коэффициент  $A_z$  пропорционален глубине моря  $H$  и скорости ветра  $v$ . Действительно, если считать  $A_z$  функцией указанных величин, рассматривая рельеф глубин и поле ветра как главные факторы, обуславливающие процесс турбулентного обмена в море,

то основной комбинацией величин  $H$  и  $\nu$ , обладающей размерностью  $A_z$ , является произведение  $H\nu$ .

Представим  $A_z$  в виде

$$A_z = A_z^c \frac{H}{H_c}, \quad (37)$$

где  $H_c$  – средняя глубина моря;  $A_z^c$  – коэффициент обмена, соответствующий этой средней глубине.

Введем для удобства дальнейших вычислений функцию тока для скорости, осредненной от поверхности моря до дна  $\Psi_c$ , связанную с функцией полных потоков  $\Psi$  соотношением

$$\Psi_c = \frac{\Psi}{H}. \quad (38)$$

Тогда, учитывая (37), получим вместо (18) уравнение

$$\frac{\partial^2 \Psi_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_c}{\partial y^2} = \frac{H_c}{2A_z^c} \text{rot } T, \quad (39)$$

более удобное для численного интегрирования.

Вводя компоненты средней скорости  $U_c$  и  $V_c$ , определяемые формулами

$$U_c = \frac{S_x}{H}; \quad V_c = \frac{S_y}{H}, \quad (40)$$

подставляя (40) в (35) и учитывая (37), получим окончательные выражения для компонент скорости течения на любых горизонтах

$$\begin{aligned} U &= \frac{3U_c}{2} \left(1 - \frac{z^2}{H^2}\right) + \frac{T_x H_c}{4A_z^c} \left(1 - \frac{4z}{H} + \frac{3z^2}{H^2}\right); \\ V &= \frac{3V_c}{2} \left(1 - \frac{z^2}{H^2}\right) + \frac{T_y H_c}{4A_z^c} \left(1 - \frac{4z}{H} + \frac{3z^2}{H^2}\right) \end{aligned} \quad (41)$$

и, в частности, на поверхности моря

$$U_0 = \frac{3U_c}{2} + \frac{T_x H}{4A_z}; \quad V_0 = \frac{3V_c}{2} + \frac{T_y H}{4A_z}. \quad (42)$$

## 2. Методы расчета

При произвольном контуре моря функция  $\psi_c$ , через которую выражаются все искомые элементы, находится из уравнения (39) численным интегрированием по методу сеток. Для этой цели преобразуем уравнение (39) к разностной форме, связывающей значения искомой функции лишь в отдельных точках, расположенных внутри области. Точки эти выберем так, чтобы они образовали квадратную сетку, состоящую из двух систем взаимно перпендикулярных прямых, отстоящих одна от другой на расстоянии  $h$ , называемом шагом разности. На построенной сетке наметим контур, наилучшим образом приближающийся к очертаниям моря. Этот контур ограничит так называемую сеточную область, в узлах которой и производятся вычисления. Перенесем граничные значения функции  $\psi_c$ , заданные на контуре моря, на контур сеточной области. После этого уже можно вместо уравнения (39) решать уравнение в конечных разностях, к выводу которого мы и приступим.

Допустим, что мы будем вести вычисления в точке с индексом «0» сеточной области, которая вместе с системой координат указана на рис. 1. При указанной нумерации точек вихрь тангенциального давления ветра  $\text{rot } T$ , входящий в правую часть уравнения (39), запишется в разностной форме в виде

$$(\text{rot } T)_0 = \frac{1}{2h} [T_y(4) - T_y(2) - T_x(3) + T_x(1)]. \quad (43)$$

Тангенциальное давление ветра будем вычислять по известной формуле:

$$T = \gamma w^2, \quad (44)$$

где  $w$  – скорость ветра;  $\gamma$  – коэффициент, равный 0,032 (скорость ветра измеряется при этом в м/сек., а тангенциальное давление – в дн/см<sup>2</sup>).

Выражения для компонент тангенциального давления ветра на основании формулы (44) запишем в виде

$$T_x = \gamma w w_x; \quad T_y = \gamma w w_y, \quad (45)$$

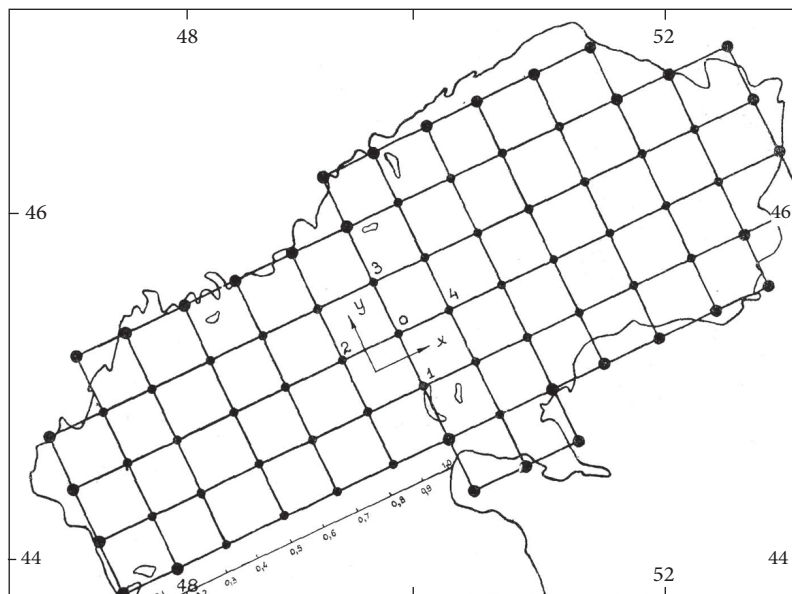


Рис. 1. Сеточная область

где  $w$  – абсолютная величина скорости ветра;  $w_x$  и  $w_y$  – проекции скорости ветра на координатные оси.

Подставляя (30) в (29), получим

$$(\text{rot } T)_0 = \frac{\gamma f_0}{200 h}, \quad (46)$$

где через  $f_0$  обозначена величина

$$f_0 = 100 [w w_y(4) - w w_y(2) - w w_x(3) + w w_x(1)], \quad (47)$$

причем  $f_0$  выражается целым числом, так как скорости ветра выражаются в м/сек. с одним знаком после запятой.

Вторые производные в левой части уравнения (39) выражаются через частные разности так:

$$\left( \frac{\partial^2 \psi_c}{\partial x^2} \right)_0 = \frac{1}{h^2} [\psi_c(4) - 2\psi_c(0) + \psi_c(2)], \quad (48)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \psi_c}{\partial y^2}\right)_0 = \frac{1}{h^2} [\psi_c(3) - 2\psi_c(0) + \psi_c(1)]. \quad (49)$$

Складывая (48) и (49) и подставляя результат в уравнение (39), получим, учитывая (46),

$$\psi_c(1) + \psi_c(2) + \psi_c(3) + \psi_c(4) - 4\psi_c(0) = \frac{H_c \gamma h f_0}{400 A_z^c}. \quad (50)$$

Введем вспомогательную функцию  $\bar{\psi}_c$ , определив ее формулой

$$\psi_c = \frac{H_c \gamma h}{400 A_z^c} \bar{\psi}_c, \quad (51)$$

тогда из (50) получим окончательную формулу для интегрирования уравнения (39) численным методом

$$(\bar{\psi}_c)_0 = \frac{1}{4} [\bar{\psi}_c(1) + \bar{\psi}_c(2) + \bar{\psi}_c(3) + \bar{\psi}_c(4) - f_0]. \quad (52)$$

Для того чтобы начать вычисления методом итерации, нужно задать начальное распределение функции  $\bar{\psi}_c$  внутри сеточной области. Указанные значения проще всего отождествить со значениями функции —  $f_0$ . После этого строятся вычислительные шаблоны и начинается процесс последовательных приближений, который продолжается до тех пор, пока в пределах заданной точности два последовательных шаблона не совпадут.

После того, как функция  $\bar{\psi}_c$  вычислена, по формуле (51) вычисляется функция  $\psi_c$ , характеризующая горизонтальный перенос, отнесенный к единице глубины.

Компоненты полного потока, определяемые формулами (14), вычисляются по соответствующим разностным формулам:

$$S_y = \frac{1}{2h} [\psi(4) - \psi(2)]; \quad S_x = \frac{1}{2h} [\psi(1) - \psi(3)]. \quad (53)$$

После того как компоненты полного потока  $S_x$  и  $S_y$  определены, формулы (41) дают значения скорости в любой точке моря.

В случае наличия жидких границ, прежде чем решать уравнение (39), необходимо вычислить функцию  $\psi_c$  на этой жидкой границе. Вычисление этой функции проводится по формуле

$$\psi_c = \frac{H_c}{2A_z^c} \left[ \int_0^x T_y dx - \frac{x}{a} \int_0^a T_y dx \right], \quad (54)$$

полученной на основании формул (37) и (38). Интегралы в правой части (54) вычисляются численным методом по обычным правилам.

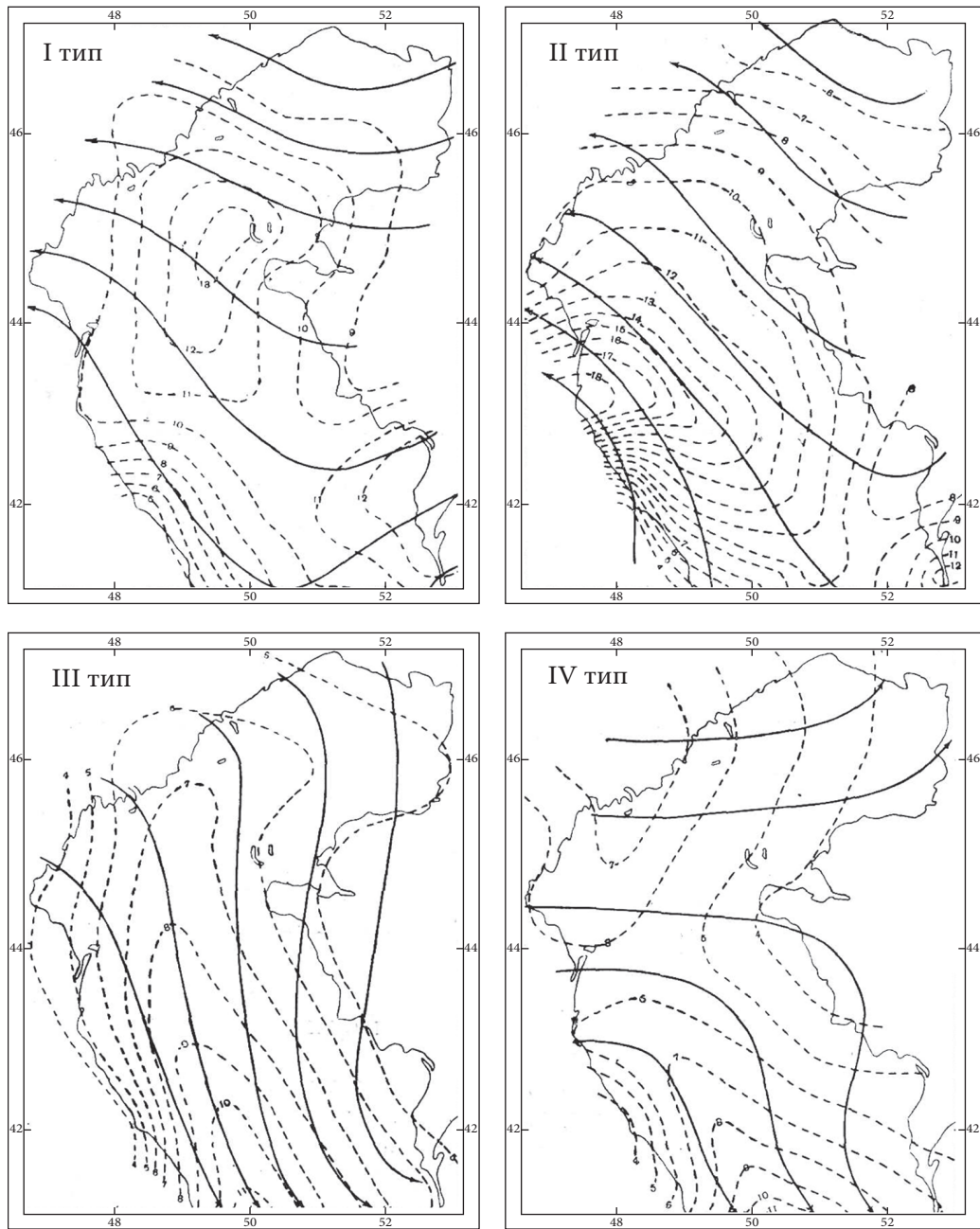
### 3. Расчет ветровых течений Северного Каспия при современном уровне и при падении его на 1 и 3 м

Ветер является главной причиной морских течений в Каспийском море. Располагая картами установившихся ветровых полей над морем и данными теории морских течений, мы могли бы составить соответствующие карты течений, по которым можно было бы определить количественные характеристики циркуляции и водообмена между различными районами моря в течение года. К сожалению, таких карт в нашем распоряжении еще нет. Отдельные же карты полей ветра над морем, для которых повторяемость и длительность существования неизвестны, не дают возможности ответить на ряд вопросов, связанных с динамикой течений в северной части Каспийского моря и весьма важных для практики. Тем не менее наш анализ особенностей циркуляции и течений на отдельных горизонтах позволяет проследить некоторые изменения, которые произойдут со временем в режиме течений в связи с понижением уровня моря. По этой причине изложенные ниже результаты расчетов представляют, как нам кажется, существенный интерес для океанологов-практиков.

Расчет ветровых течений Северного Каспия при современном уровне и при падении его на 1 и 3 м мы провели по четырем характерным полям ветра, заимствованным у С.Д. Кошинского и Л.Г. Пылаева [2]. Эти поля ветра изображены на рис. 2.

Для вычислений были выбраны сеточные области, указанные на рис. 1. Сеточные области для случая падения уровня на 1 и 3 м были получены путем деления на четыре части квадратов сеточной области при современном уровне. Это позволило при сужении контура моря добиться необходимой точности в расчетах.

Коэффициент турбулентного обмена количеством движения в вертикальном направлении  $A_z$ , определяемый в зависимости от глубины моря формулой (37), выбирался отдельно для каждого ветрового поля в соответствии со



**Рис. 2.** Поля ветра над морем. Усл. обозначения: сплошные линии указывают направление ветра, пунктирные – изотопы, цифры показывают величины скоростей в м/сек.

средней скоростью ветра для данного типа. Величины  $A_z^c$  в системе CGS при средней глубине моря, принятой округленно в 5 м, указаны в табл. 1, где  $w_c$  – средняя для данного поля ветра скорость ветра в м/сек. При составлении таблицы принималось во внимание, что коэффициент  $A_z$  пропорционален средней скорости ветра.

Таблица 1

**Значения коэффициента вертикального обмена для средней глубины моря**

Тип ветра	I	II	III	IV
$w_c$	10	9	6	5
$A_z^c$	20	18	12	10

Для определения функции  $\psi_c$  на разрезе между Северным и Средним Каспием мы провели расчеты этой функции в девяти точках, указанных на рис. 1. При этом предполагалось, что ветер и все остальные элементы меняются только вдоль рассматриваемого сечения. Благодаря этому предположению оказалось возможным вести расчеты по формулам (54). Результаты вычисления функции  $\psi_c$ , характеризующей водообмен между Северным и Средним Каспием, отнесенный к единице глубины, указаны в табл. 2.

Значения функции  $\psi_c$  указаны в м<sup>3</sup>/сек. на 1 м глубины.

Все последующие вычисления, расчет функций  $\psi_c$  и  $\psi$ , а также скоростей поверхностных течений проводились на стандартных бланках.

Таблица 2

**Значения функции тока для средней скорости на границе между Северным и Средним Каспием**

Тип ветра	Точки										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
I	0	-1540	-2380	-2230	-1700	-730	190	1050	1460	1130	0
II	0	3440	5840	7350	8190	9100	7630	5670	4710	2670	0
III	0	820	1010	550	2430	1500	-2230	-2460	-2130	-1300	0
IV	0	-470	-900	-1260	-1520	-1620	-1590	-1400	-1050	-570	0

Мы ограничились вычислением функции полных потоков, функций тока для средних по вертикали скоростей и скоростей поверхностных течений. При этом под полным потоком мы понимаем алгебраическую сумму объемов воды, протекающих за единицу времени через площадь прямоугольника, в основании которого лежит отрезок длиной 1 м, а высотой служит глубина моря в данной точке. Графическое изображение полученных результатов см. рисунки.

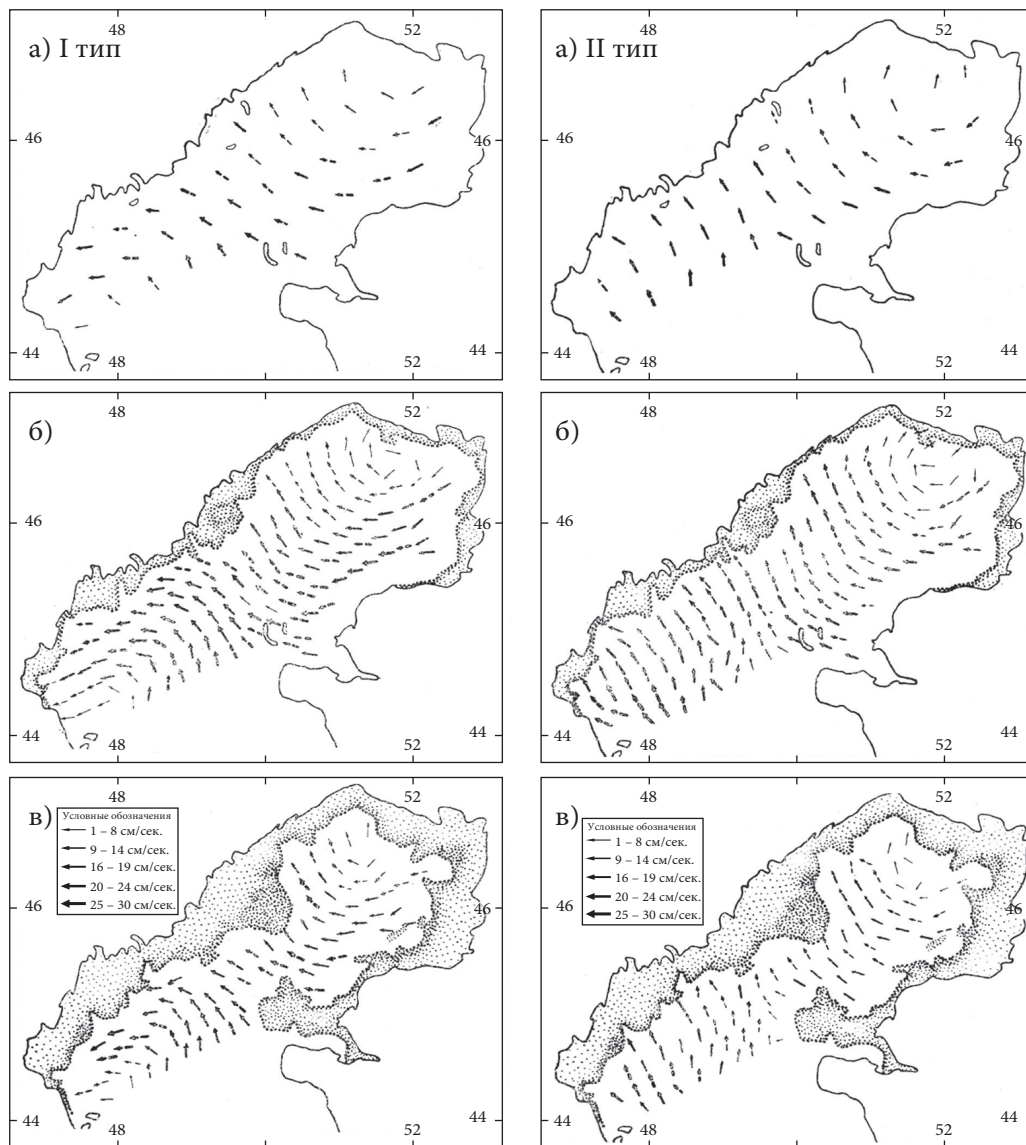
Переходим к описанию особенностей течений (рис. 3, 4, 5). Так как типы ветровых полей, для которых эти карты построены, не связаны между собой, то эти описания приводим отдельно, заключая их некоторыми общими выводами. Для краткости записи мы называем линию м. Тюб-Караган – о. Жесткий разрезом *I*, линию о. Чечень – м. Тюб-Караган – границу между Северным и Средним Каспием разрезом *II*. Заметим, что «установившиеся» течения, о которых ниже идет речь, обладают сравнительно небольшой инерцией. Теоретические расчеты показывают, что при средних величинах поперечника моря и глубины, соответствующих размерам Северного Каспия, требуется около 3 часов после возникновения данного поля ветра для того, чтобы установилось рассматриваемое течение. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при оценке применимости теории установившихся течений к практике.

### Течения и водообмен при I типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Направление ветра в западной части моря юго-восточное, в восточной части восточное. Ветры сильные, доходящие в центральной части до крепких. Скорости ветра от 9–10 м/сек. на западе и на востоке до 12–13 м/сек. в центральной части Северного Каспия. Подобные ветровые поля наблюдаются в холодное полугодие и отличаются большой устойчивостью.

Поверхностные течения (рис. 3а). В восточной части Северного Каспия течения, примерно следуя ветру, меняют направление с юго-западных на северные и северо-западные на разрезе *I*, имея тенденцию к образованию циркуляции по часовой стрелке. В западной части Северного Каспия течения, напротив, имеют тенденцию к образованию циркуляции противоположного направления. Скорости достигают наибольших величин (26–27 см/сек.) на указанной линии разреза *I*. При этом севернее границы между Северным и Средним Каспием скорости поверхностных течений направлены примерно на север.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Через среднюю часть разреза *II* из Среднего Каспия в Северный Каспий втекает (из расчета на 1 м высоты) около 4000 м<sup>2</sup>/сек. воды. Большая часть этой струи (около 2500 м<sup>2</sup>/сек.) попадает в западную часть Северного Каспия, причем линии тока образуют там замкнутую систему, характеризующую циркуляцией с направлением вращения против часовой стрелки. Меньшая часть (около 1600 м<sup>2</sup>/сек.) попадает в восточную часть Северного Каспия, образуя там также замкнутую циркуляцию с направлением вращения по часовой стрелке. Интенсивность этой циркуляции, несколько более сильной, чем в западном районе Северного Каспия, характеризуется величиной объема воды (около 5,500 м<sup>2</sup>/сек. на 1 м высоты), проносимой ежесекундно между береговой линией восточной части Северного Каспия и центром циркуляции,



**Рис. 3.** Карты поверхностных течений: а – при современном уровне, б – при понижении уровня на 1 м, в – при понижении уровня на 3 м.

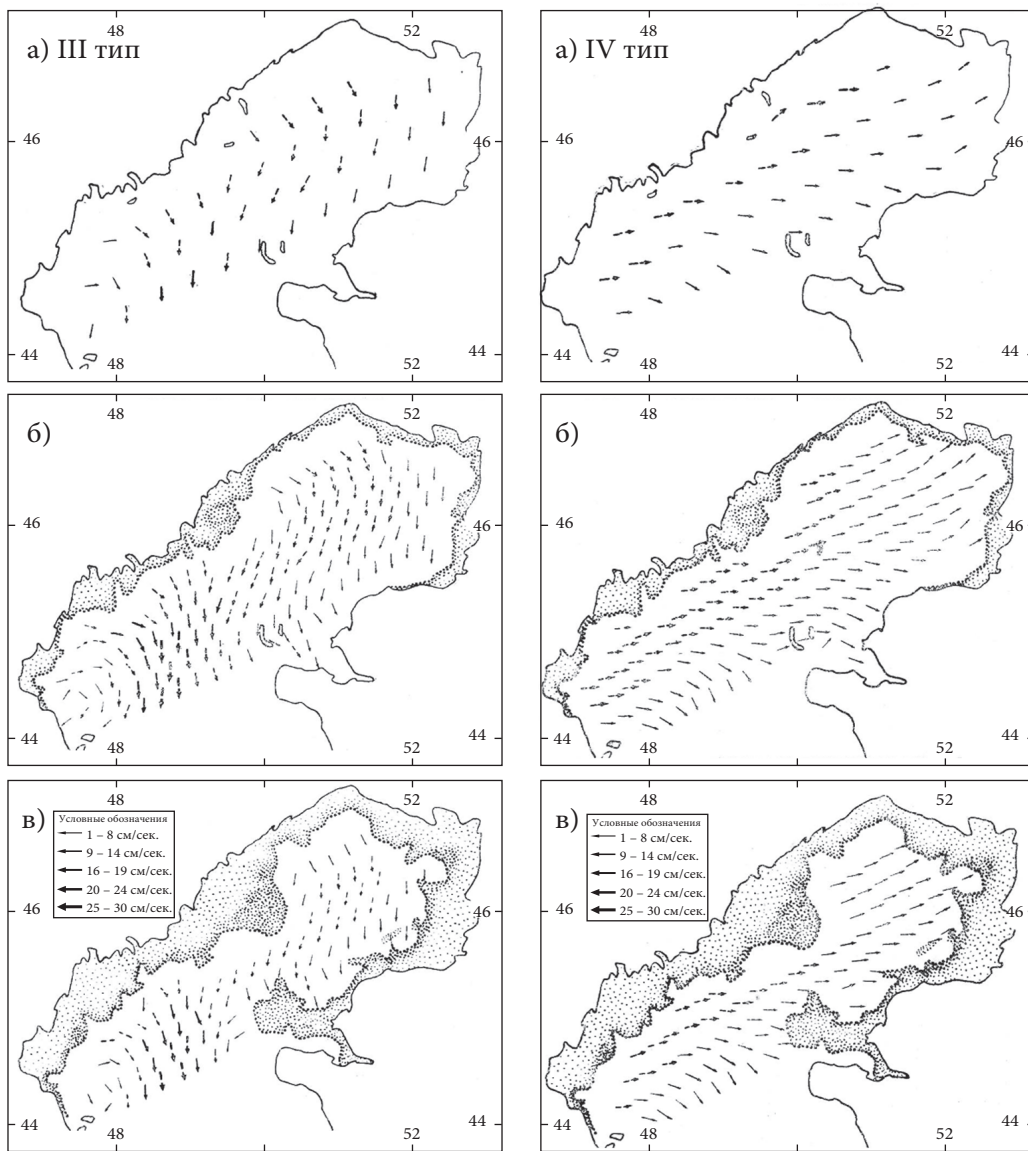
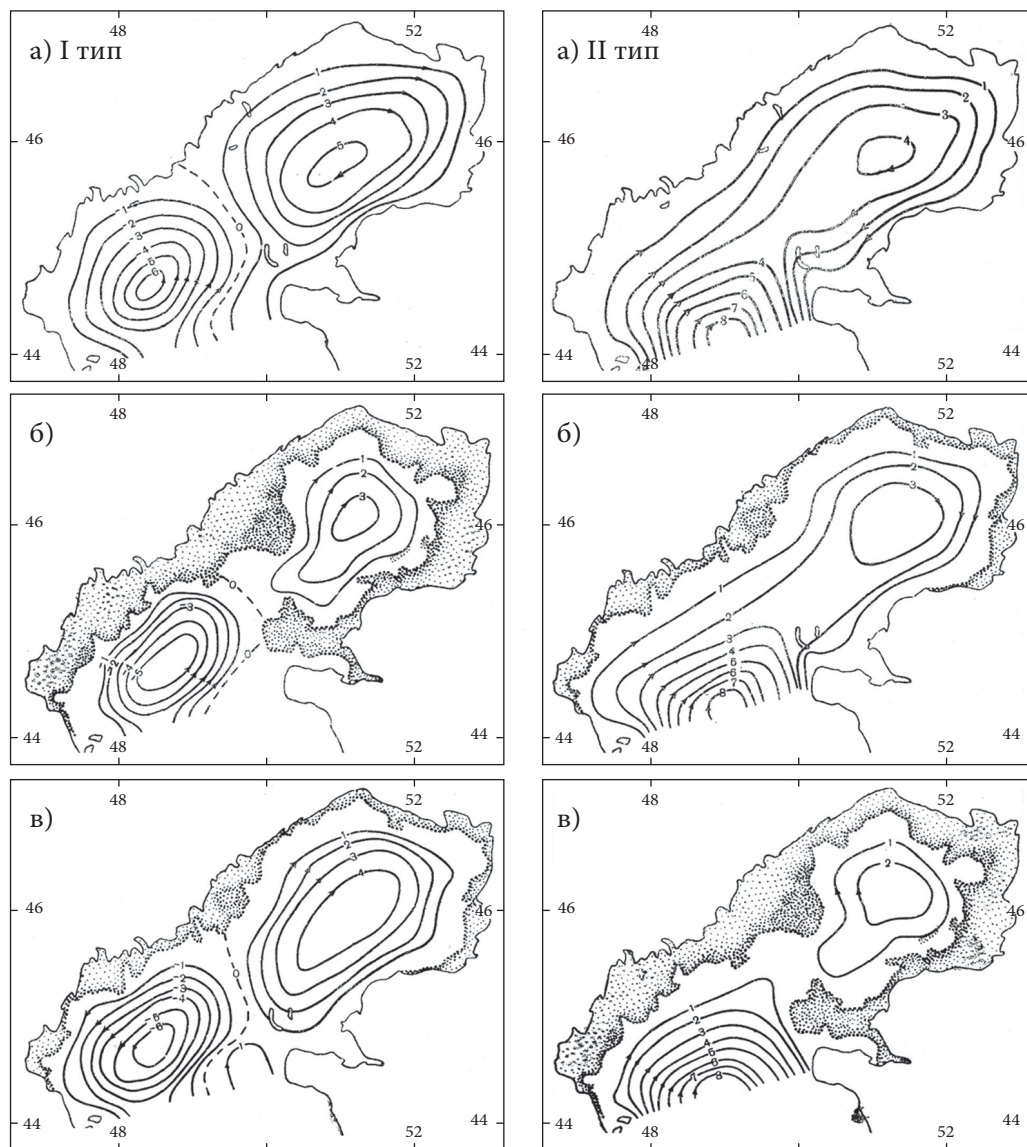


Рис. 3. – Продолжение



**Рис. 4.** Карты горизонтального переноса, осредненного по глубине:  
а – для современного состояния, б – при понижении уровня на 1 м,  
в – при понижении уровня на 3 м.

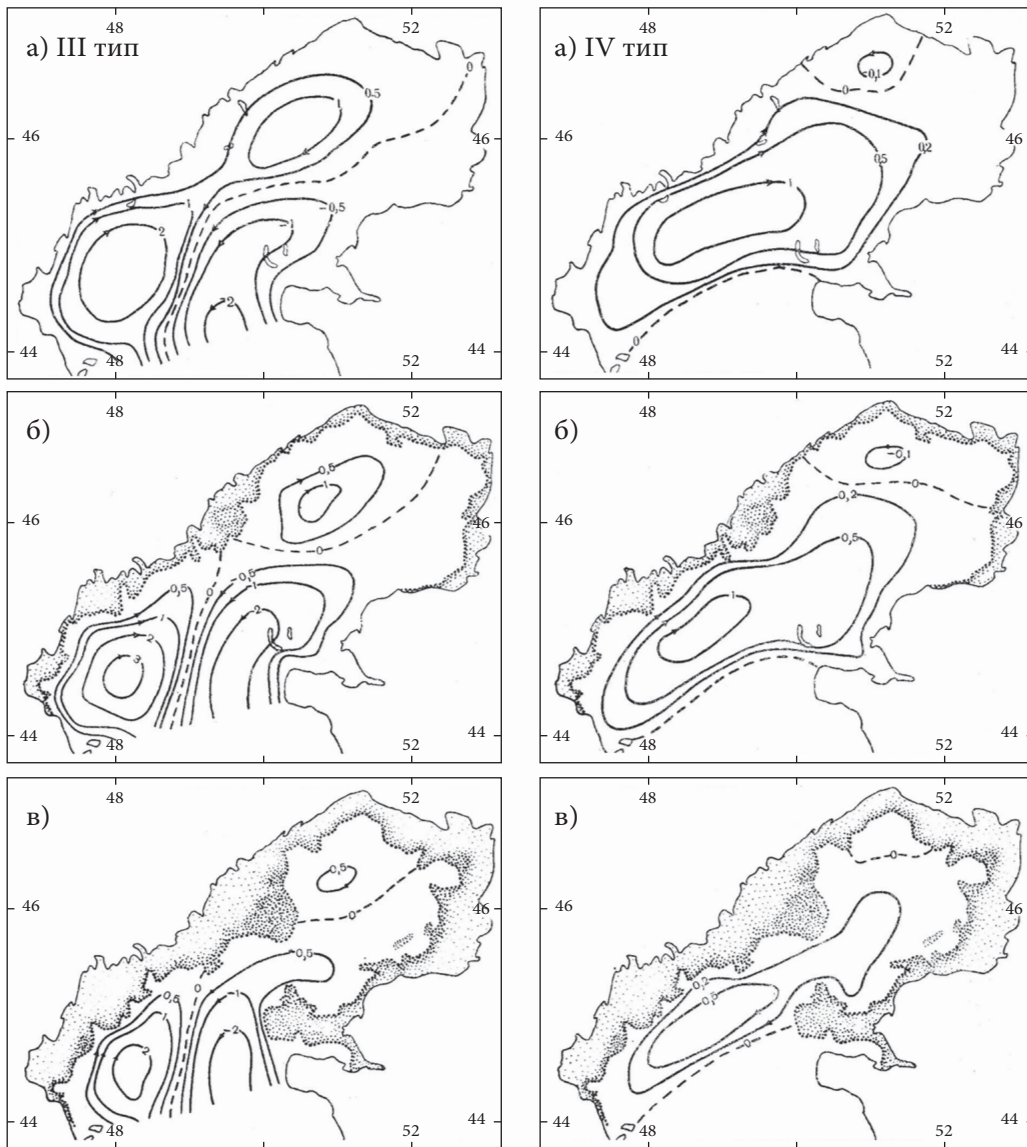
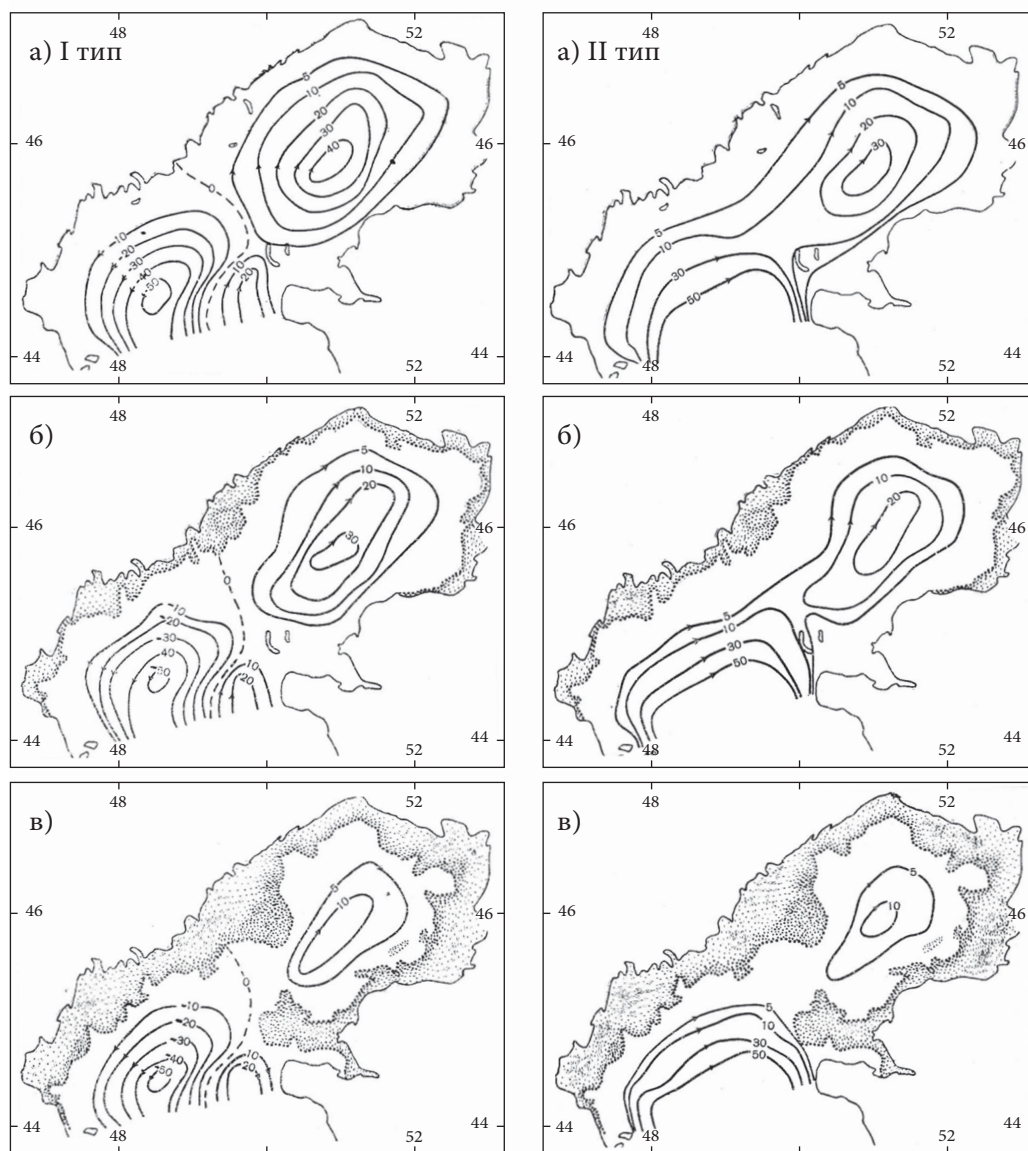


Рис. 4. – Продолжение



**Рис. 5.** Карты горизонтального переноса от поверхности моря до дна:  
а – при современном состоянии, б – при понижении уровня на 1 м,  
в – при понижении уровня на 3 м.

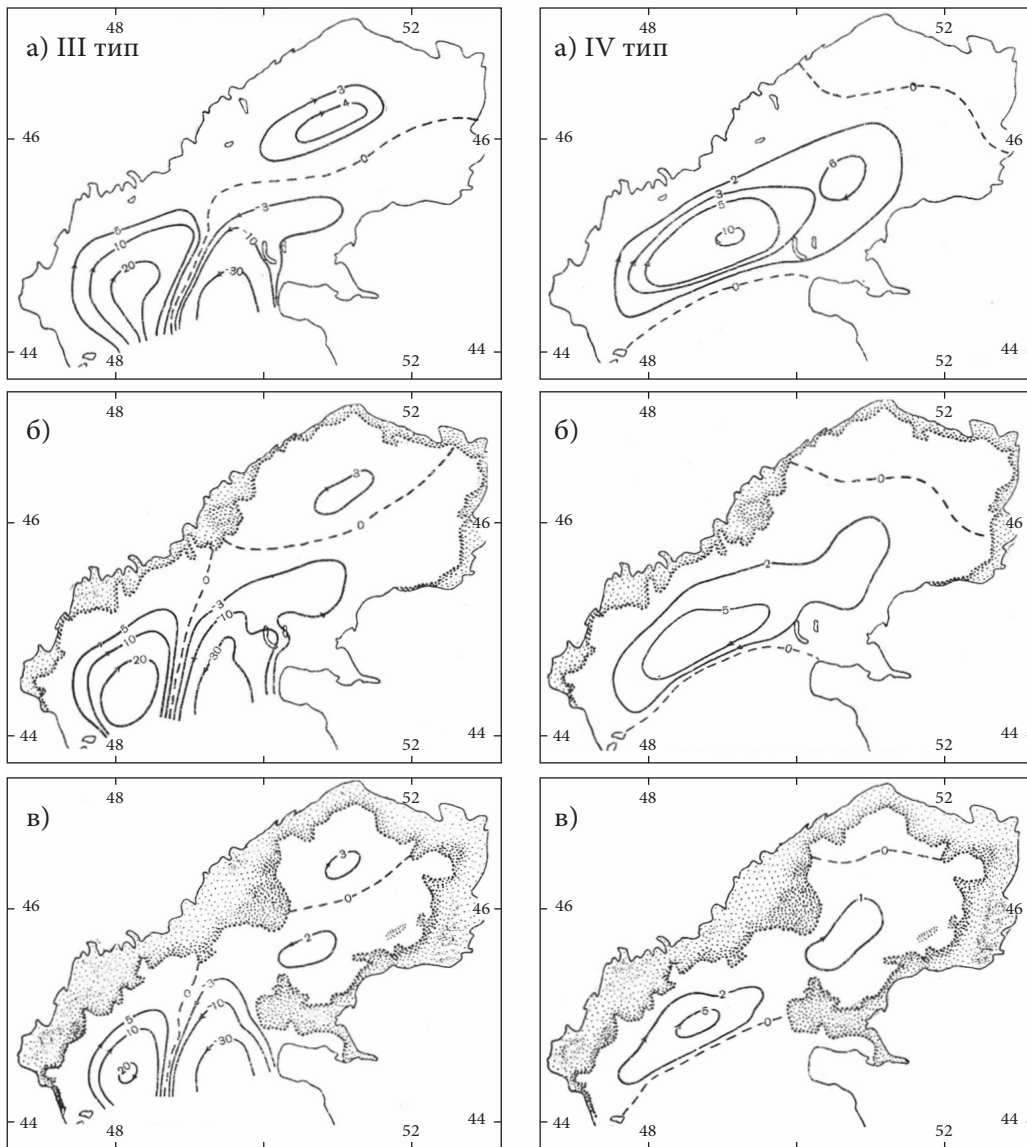


Рис. 5. – Продолжение

расположенным примерно на  $46^{\circ}\text{С}$ ,  $51^{\circ}\text{В}$ . При этом средние скорости течения составляют 3–5 см/сек., несколько увеличиваясь вблизи юго-восточной береговой линии.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Более полные данные о судьбе вод Среднего Каспия, втекающих через разрез II, можно получить по карте полных потоков. Согласно этим данным, общий характер циркуляции совпадает с указанным выше, однако при наличии интенсивного водообмена (около  $70\,000\text{ м}^3/\text{сек.}$ ) между Северным и Средним Каспием водообмен между западной и восточной частью моря составляет лишь  $4500\text{ м}^3/\text{сек.}$ , т.е. около 7%. Важно отметить, что воды западной части втекают в восточную часть моря через северную половину разреза I.

Изменение течений при понижении уровня моря на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Величины и направление скоростей поверхностных течений и общий характер циркуляции, насколько можно судить об этом по картам средних скоростей и полных потоков, сохраняются без существенных перемен. Несколько ослабляется интенсивность циркуляции в восточной части моря и, наоборот, несколько усиливается циркуляция в западной части. Средние скорости течений в восточной части составят 2,5–4,0 см/сек. (при понижении уровня на 1 м) и 1,5–2,5 см/сек. (при понижении уровня на 3 м). При том же примерно водообмене через разрез II водообмен через разрез I сокращается до  $3500\text{ м}^3/\text{сек.}$  (при понижении на 1 м) и до  $150\text{ м}^3/\text{сек.}$  (при понижении на 3 м). Все эти изменения вызваны изменениями конфигурации берегов и уменьшением объема моря. В частности, на убывании полных потоков непосредственно сказывается уменьшение глубин, вызванное понижением уровня моря.

### Течения и водообмен при II типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Ветры юго-восточного направления с резко выраженной неравномерностью меняются от умеренных в восточной части до штормовых в районе Махачкала. Скорости от 6 до 13 м/сек. встречаются преимущественно в холодное время года и переходные периоды. Продолжительность от 1–2 суток (циклоны) до 5–6 суток (антициклоны в Средней Азии).

Поверхностные течения (рис. 3а) направлены преимущественно на северо-запад, в восточной части Северного Каспия имеют тенденцию к повороту от западных (на востоке) до северо-западных (на разрезе II). Скорости течений равномерно возрастают от 0–10 см/сек. (на северо-востоке) до 20–30 см/сек. на юго-востоке Среднего Каспия. На разрезе I скорости течения составляют около 15 см/сек. Несколько севернее разреза II скорости течения направлены на северо-северо-запад и равны по величине 10–30 см/сек.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Через западную часть разреза *II* из Среднего Каспия в Северный Каспий втекает (из расчета на 1 м высоты) около 8500 м<sup>2</sup>/сек. Примерно 3500 м<sup>2</sup>/сек. проносится вдоль северного берега Северного Каспия в восточную часть, остальные водные потоки возвращаются в Средний Каспий, достигнув линии разреза *I*. Циркуляция в восточной части моря происходит по часовой стрелке, интенсивность ее характеризуется величиной объема воды (около 4500 м<sup>2</sup>/сек. на 1 м высоты), проносающегося между береговой линией и центром циркуляции, расположенными на 46°С, 51°В, как и ранее, в случае ветра типа *I*. Средние скорости течения составляют 4–6 см/сек. в восточной части моря и 8–12 см/сек. в западной части моря.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Общий характер циркуляции такой же, как и для средних скоростей. Водобмен между Северным и Средним Каспием составляет около 180 000 м<sup>3</sup>/сек., причем на западной половине разреза *II* имеет место втекание вод Среднего Каспия, на восточном – наоборот. Однако до середины западной части Северного Каспия доходит лишь небольшая часть этого потока (около 20 000 м<sup>3</sup>/сек.) и еще меньшая часть попадает в восточную часть моря (12 000 м<sup>3</sup>/сек., т.е. около 6–7%). Потоки из западной части моря в восточную пересекают, как и ранее, северную половину разреза *I*.

Изменения течений при понижении уровня на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Распределение поверхностных скоростей течений по величине и направлению, а также общий характер циркуляции, соответствующей средним скоростям и полным потокам, в целом сохраняется без перемен. Несколько более четко выявляется линия схождения поверхностных скоростей, примерно по разрезу *I*, а следовательно, усиливается при понижении уровня вертикальная циркуляция в плоскости этого разреза. Средние скорости течения в восточной части моря несколько ослабляются.

Водобмен через разрез *II* составляет 180 000 и 160 000 м<sup>3</sup>/сек. при понижении уровня соответственно на 1 и 3 м. В восточную часть моря поступает при этом 8500 и 1000 м<sup>3</sup>/сек.

### Течения и водобмен при III типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Умеренные северные и северо-западные ветры, усиливающиеся к югу в западной части моря. Скорости ветра от 4 до 7 м/сек. Этот тип ветра особенно характерен для устойчивой летней погоды.

Поверхностные течения (рис. 3а) направлены, примерно следуя ветру, на юг, с небольшими отклонениями к востоку (у северных берегов) и к западу (у южных границ Северного Каспия). Намечается слабая тенденция

к образованию циркуляции, направленной по часовой стрелке. Скорости течений меняются в пределах 5–15 см/сек., нарастая к средней части Северного Каспия и достигая наибольших значений несколько западнее линии разреза *I*.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Через прибрежные отрезки разреза *II* в Северный Каспий из Среднего Каспия направлены потоки, расход которых составляет 1500 м<sup>3</sup>/сек. (на западе) и 2500 м<sup>3</sup>/сек. (на востоке) на 1 м высоты слоя. Восточная струя частично проникает в юго-восточную часть Северного Каспия, западная – преимущественно в западную и частично в северо-восточную часть Северного Каспия, где образуется слабая циркуляция с направлением вращения по часовой стрелке. Центр этой циркуляции расположен в точке с координатами 46°С, 50°30'В. Средние скорости течения составляют при этом 3–4 см/сек., несколько увеличиваясь в районе струи, вытекающей через среднюю часть разреза *II* в Среднем Каспии.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Общий характер циркуляции тот же, что и для средних скоростей. Вдоль восточного берега моря протекает в Средний Каспий около 70 000 м<sup>3</sup>/сек., из них в восточную часть Северного Каспия попадает 5500 м<sup>3</sup>/сек. Вдоль западного берега в Северный Каспий протекает около 20 000 м<sup>3</sup>/сек., из которых в восточную часть Северного Каспия попадает 1500 м<sup>3</sup>/сек. Общий водообмен между Средним и Северным Каспием составляет 90 000 м<sup>3</sup>/сек., водообмен между западной и восточной частями моря равен 7000 м<sup>3</sup>/сек., т.е. по отношению к предыдущему около 10%. Таким образом, водные потоки в западную и восточную часть Северного Каспия направлены вдоль берегов; обратные потоки занимают центральную часть моря. Направление полных потоков, как и средних скоростей течения, резко отличается от направлений скоростей поверхностного слоя.

В отличие от типов *I* и *II*, здесь бросается в глаза меньшая площадь, охваченная замкнутой циркуляцией в восточной части моря. Видимо, это объясняется взаимодействием рельефа глубин и особенностей ветрового поля.

Изменения течений при понижении уровня на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Более четко проявляется тенденция к искривлению линий тока поверхностных течений, обращенных выпуклостями к востоку, а также линия схождения скоростей к западу от разреза *I*. При понижении уровня образуются отдельные районы замкнутых циркуляций в западной и северо-восточной частях Северного Каспия.

Воды западной струи не проникают более в восточную часть моря. Водообмен между Средним Каспием и юго-восточной частью Северного Каспия достигает 6500 м<sup>3</sup>/сек. (при 60 000 м<sup>3</sup>/сек., поступающих вдоль восточного берега из Среднего Каспия) при понижении уровня на 1 м и всего 900 м<sup>3</sup>/сек. (при 50 000 м<sup>3</sup>/сек., поступающих вдоль восточного берега моря из Среднего

Каспия) при понижении уровня на 3 м. В последнем случае восточный район Северного Каспия образует почти изолированную область с двумя слабо выраженными центрами циркуляции: на севере – по часовой стрелке и на юге – против часовой стрелки. Средние скорости течения (в восточной части Северного Каспия) составляют около 2,5 см/сек. Водообмен вдоль западного берега Среднего Каспия и Северный Каспий составляет около 20 000 м<sup>3</sup>/сек. Таким образом, полный водообмен между Средним и Северным Каспием равен 80 000 м<sup>3</sup>/сек. при понижении на 1 м и 70 000 м<sup>3</sup>/сек. при понижении на 3 м.

### Течения и водообмен при IV типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Западные ветры, умеренные и свежие; скорости ветра от 4 до 7 м/сек. (на западе). Этот тип ветра наблюдается преимущественно в холодное время года.

Поверхностные течения (рис. 3а) преимущественно западных направлений, с переходом к юго-западным на линии разреза II. Скорости течения меняются от 5 до 13 см/сек., достигая наибольших значений в северо-западной части моря.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Обширная область замкнутой циркуляции занимает почти весь Северный Каспий, за исключением крайнего севера моря, где имеется едва выраженная циркуляция, направленная против часовой стрелки. Средние скорости течений достигают наибольших значений 3 см/сек. вблизи разреза II. Водообмен со Средним Каспием почти отсутствует. Поток в восточную часть моря составляет около 1000 м<sup>3</sup>/сек. и направлен вдоль северной половины разреза I.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Общий характер переноса водных масс соответствует установленной выше картине линий тока для средних скоростей течения. В крайних северо-восточных районах Северного Каспия полные потоки практически отсутствуют. Водообмен между Средним и Северным Каспием составляет около 40 000 м<sup>3</sup>/сек., однако он захватывает лишь узкую полосу моря, непосредственно прилегающую к разрезу II. Водообмен между западной и восточной частями моря равен 4200 м<sup>3</sup>/сек., осуществляется переносом водных масс с запада на восток через северную половину разреза I и с востока на запад через южную половину того же разреза.

Изменения течений при понижении уровня на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Направления и величины поверхностных скоростей, а также общий характер циркуляции в Северном Каспии почти не меняется. Водообмен между Средним и Северным Каспием уменьшается до 37 000 м<sup>3</sup>/сек. при понижении на 1 м и до 33 000 м<sup>3</sup>/сек. при понижении на 3 м, однако, как и ранее, этот водообмен не имеет сколько-нибудь существенного значе-

ния для Северного Каспия. Водообмен между западной и восточной частями моря убывает до 3000 м<sup>3</sup>/сек. при понижении на 1 м и до 400 м<sup>3</sup>/сек. при понижении на 3 м. Средние скорости течений убывают, особенно в восточной части Северного Каспия, где они едва достигают 0,25 см/сек. Восточная часть Северного Каспия превращается в отдельную область, почти полностью изолированную от всего моря. На крайнем севере этой области перенос водных масс практически отсутствует, на юго-западе образуется слабо выраженная циркуляция с направлением вращения по часовой стрелке.

### Общие замечания

Необходимо отметить, что характер течений определяется в каждом случае всеми особенностями ветрового поля, т.е. не только направлением ветра, но и распределением скоростей ветрового поля по всей акватории моря.

Общей для всех четырех типов ветров является тенденция к выделению восточной части Северного Каспия при понижении уровня моря в изолированный район с самостоятельной более или менее четко выраженной циркуляцией (по часовой стрелке). Так как выбранные типы ветров различны как по направлению, так и по характеру своей неравномерности, то особенности ветрового поля не могут вызвать указанной тенденции. Причиной ее является рельеф дна Северного Каспия, который затрудняет водообмен между западной и восточной частями, что особенно сильно должно проявиться при предстоящем понижении уровня моря.

То обстоятельство, что скорости поверхностных течений вдали от берега почти всюду направлены в основном по ветру, тогда как характер горизонтальной циркуляции весьма разнообразен, приводит нас к выводу о наличии интенсивной вертикальной циркуляции в различных направлениях на каждой вертикали.

В заключение приводим некоторые сводные данные о скоростях течений и водообмене при всех четырех типах ветров (табл. 3 и 4).

Таблица 3

#### Скорости течений (в см/сек.)

Тип ветра	Скорость ветра в м/сек.	Поверхностный слой			Средние (по вертикали)		
		Понижение уровня					
		0	1 м	3 м	0	1 м	3 м
I	9–13	5–25	5–25	5–25	3–5	2,5–4	1,5–2,5
II	6–13	10–30	10–30	10–30	4–12	4–12	3–10
III	4–7	5–15	5–15	5–15	3–4	3–4	2–3
IV	4–7	5–15	5–15	5–15	0–3	0–3	0–0,5

Таблица 4

Водообмен (в 1000 м<sup>3</sup>/сек.)

Тип ветра	Между Средним и Северным Каспием			Между западной и восточной частями Северного Каспия		
	Понижение уровня					
	0	1 м	3 м	0	1 м	3 м
I	70	70	65	4,3	3,4	0,15
%	100	100	93	100	79	3
II	180	180	160	12	8,5	1,0
%	100	110	89	100	71	84
III	90	80	70	7,0	6,5	0,9
%	100	89	78	100	93	13
IV	40	37	33	4,2	3,0	0,4
%	100	93	83	100	72	10

## Выводы

Изложенные ниже выводы основаны на рассмотрении указанных в работе полей ветра. В какой мере эти выводы обладают общностью для всевозможных других полей ветра, оценить не представляется возможным, так как в распоряжении авторов не было данных о продолжительности и повторяемости ветровых условий над Каспийским морем в течение года.

1. Общий характер горизонтальной циркуляции вод в Северном Каспии при понижении уровня моря не будет претерпевать сколько-нибудь существенных изменений.

2. При понижении уровня на 1 и 3 м водообмен между западной и восточной частями Северного Каспия будет составлять 50–80% и соответственно 3–15% современного.

3. Общий механизм водообмена через разрез I (между западной и восточной частями Северного Каспия) сохраняется при понижении уровня моря неизменным: через северную половину разреза вода втекает в восточную часть моря, через южную – вытекает<sup>2</sup>.

4. Поверхностные и средние (по вертикали) скорости течений, а также водообмен между Средним и Северным Каспием и между западной и восточной частями Северного Каспия вычислены при четырех различных ветровых полях. Данные вычислений сведены в табл. 1.

<sup>2</sup> Расхождение между выводами Г. В. Ржеплинского (в сборнике Тр. ГОИН, 1955, вып. 020) и авторами данной статьи, как было установлено специальной проверкой, объясняется частным характером рассмотренных в данной работе ветровых полей. Данные о ветре, которыми пользовался Г.В. Ржеплинский, являются более подробными для разреза I, но они не пригодны для трехмерного расчета течений, так как не охватывают всей акватории моря. Прим. ред. Тр. ГОИН, 1955, вып. 020.

5. Поверхностные течения в основном следуют направлению ветра. При этом, так как направления поверхностных и средних скоростей течения не совпадают, вертикальная циркуляция в море должна быть развита достаточно интенсивно, чтобы глубинные течения выполняли роль компенсационных.

6. Примененный метод расчета не дает возможности выявить влияние отдельных физико-географических факторов на характер течений в море. Однако есть основания полагать, что рельеф дна служит причиной постепенного выделения восточной части моря в отдельный изолированный район.

Большую помощь в работе оказали А.А. Ющак и В.А. Леднев. Итерации при решении уравнений Пуассона выполнены в ЦНИГМА, графические работы в их окончательном виде выполнены картографическим отделом ГОИН.

### Литература

1. Багров Н. А. Развитие ветрового нагона в замкнутом море. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1946.
2. Кошинский С.Д. и Пылаев Л.Г. Краткая синоптическая характеристика полей ветра. Рук., Баку, 1951.
3. Штокман В.Б. Поперечная неравномерность нагонного ветра как одна из важнейших причин горизонтальных циркуляций в море. ДАН, 45, т. 52, № 2.
4. Штокман В.Б. Влияние рельефа дна и поперечной неравномерности ветра на горизонтальную циркуляцию в мелком море или водохранилище. «Метеорология и гидрология», № 8, 1953.
5. Шулейкин В.В. Физика моря, изд. АН СССР, 1953.